



Российский университет транспорта (МИИТ)

кафедра «Электропоезда и локомотивы»

Савоськин Анатолий Николаевич

Васильев Андрей Павлович

Ляпушкин Николай Николаевич

МИИТ

**ВЫБОР МОДЕЛИ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ КОЛЕСА И
РЕЛЬСА ПРИ РЕАЛИЗАЦИИ ВРАЩАЮЩЕГО
МОМЕНТА И ПРИ БОКОВЫХ КОЛЕБАНИЯХ
ЭКИПАЖА**

В настоящее время для описания процессов взаимодействия колеса и рельса в большинстве случаев используют модели, построенные на основе решений задач теории упругости в предположении о том, что процесс скольжения колеса по рельсу обусловлен упругими деформациями, возникающими в зоне их контакта и предельным значением касательных напряжений, определяемых на основе закона Амонтона – Кулона. Такие результаты были получены Рейнольдсом в 1875 г. при решении задачи о качении цилиндра по полуплоскости. Строгое подтверждение этой гипотезы было выполнено почти через сто лет Гольдштейном Р. В. С тех пор задача взаимодействия колеса и рельса так и формулируется в рамках теории упругости.

Первые практические результаты её решения были получены Картером Ф., а наиболее фундаментальные Калкером Ж. В последнее время появились новые решения смежных задач, выполненные Горячевой И. Г., в том числе и задач качения деформируемых тел с использованием более сложных моделей, учитывающих упругие и неупругие связи, диссипацию, прокладки, жидкие смазки и т. п.

Интересными и оригинальными являются высказанные в работах А. Я. Когана [18, 19] положения о том, что зона контакта не разделена на две, а при качении тела по упругой среде, нагруженной моментом, возникают два вида деформаций. При этом относительная скорость продольного псевдоскольжения может быть представлена аддитивным образом в виде суммы двух составляющих. Одна из них обусловлена упругими (консервативными) деформациями катящегося тела и не связана с рассеянием энергии, а другая вызвана неупругим (диссипативным) проскальзыванием относительно основания. Однако вопросы описания диссипативной части взаимодействия этих тел на наш взгляд изложены недостаточно чётко.

На наш взгляд оба этих подхода могут быть использованы в расчётах характеристик взаимодействия колеса и рельса при качении, хотя они и не свободны от определённых недостатков. Вместе с тем для решения рассмат-

риваемой задачи, по-видимому, актуальным является и исследования других, не используемых ранее моделей, основанных на теоретических положениях физики деформируемого твёрдого тела. В настоящей работе авторы предприняли попытку решения такой задачи с учётом дискретного строения твёрдых деформируемых тел с использованием фундаментального понятия о дислокациях кристаллической решётки металлов. В рамках этой теории дислокации (рис. 1) представляют собой особый вид несовершенства кристаллической решётки, связанный с отсутствием атомов в каких-либо её узлах; они возникают в процессе изготовления деталей и являются неотъемлемой частью кристаллической решётки.

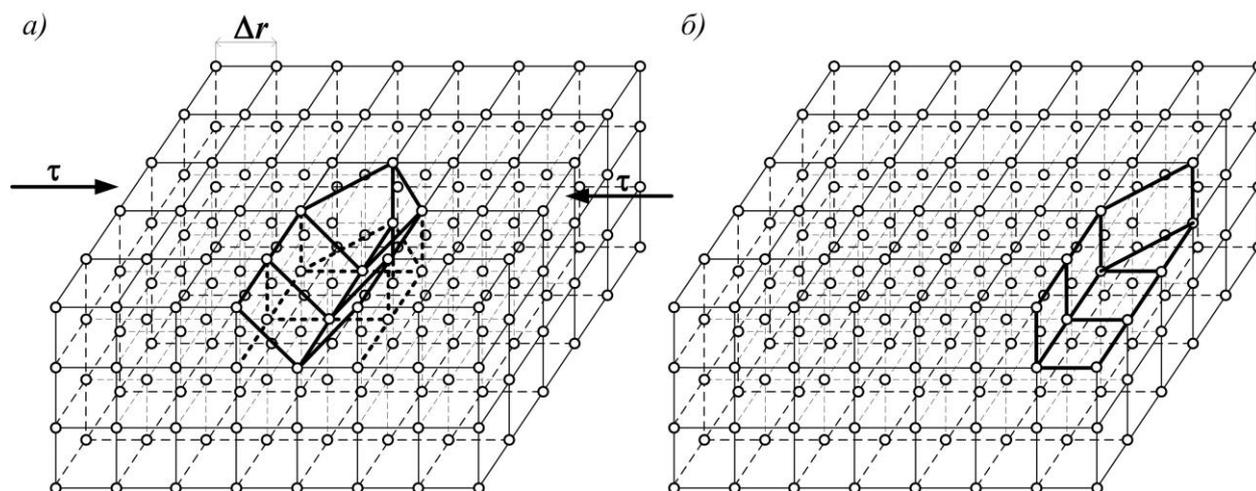


Рис. 1. Дислокация в кристаллической решетке металла в процессе движения под действием касательных напряжений (а) и после выхода на поверхность (б)

При появлении дислокаций происходит разрыв кристаллической решётки металла, равный удвоенному её шагу $2\Delta r$. В дальнейшем при расчётах будем принимать, что величина $\Delta r \approx 2,2 \cdot 10^{-14} \text{ м}$ [2]. Если под действием приложенных нагрузок в детали возникает сложное напряжённое состояние с наличием касательных напряжений τ , то, когда суммарные напряжения в некоторых зонах детали начинают удовлетворять условию начала текучести, например, Мизеса [22] (при плоском напряжённом состоянии):

$$\sigma_{\text{н}}^2 + 3\tau^2 > \sigma_{\text{уп}}^2, \quad (1)$$

возникнет движение дислокаций с выходом их на поверхность кристалла или детали (рис. 1, б).

Выход дислокации на поверхность сопровождается выделением во внешнюю среду энергии, которая составляет $8\varepsilon B$. Вместе с тем энергия активации обменного процесса при объединении поверхностных квазисвободных атомов контактирующих тел составляет менее $1\varepsilon B$. Это означает, что при выходе дислокаций на поверхность создаются условия самопроизвольного установления физического взаимодействия между атомами колеса и рельса – *интерметаллоидного соединения (захвата)*, в котором участвует группа атомов.

По данным Б. Авербаха, концентрация дислокаций в процессе деформации увеличивается в 10^3 раз. Поэтому выход одной дислокации на поверхность каждой из взаимодействующих деталей приводит к лавинообразному выходу на поверхности значительного числа дислокаций от $\sim 10^2$ до $\sim 10^3$ [3]. Для объяснения этого эффекта У. Франк и В. Рид предложили модель «размножения» (генерации) дислокаций, механизм которой подобен размножению мыльных пузырей.

Области захвата называют *активными центрами*. Эти центры обладают квазисвободными атомами. Взаимное расположение этих атомов не обязательно должно быть согласованным; как правило, они оказываются смещёнными по разным координатам. Если смещение будет меньше удвоенного шага кристаллической решётки $2\Delta r$, то происходит процесс самопроизвольного объединения атомов, принадлежащих кристаллическим решёткам взаимодействующих тел. Такое объединение атомов называют, как выше уже говорилось, интерметаллоидным соединением (захватом), а активный центр – *пятном захвата*. В этом случае при воздействии нормальной и касательной сил произойдёт объединение кристаллических структур двух тел в одну, что называют *холодной сваркой*, вызывающей процесс сцепления колеса и рельса.

Рассмотрим принципы построения моделей одновременно происходящих процессов сцепления и скольжения колеса и рельса. В первом приближении будем считать, что при взаимодействии колеса и рельса движение дислокаций происходит под действием приведенной силы $F_{\text{пр}}$, направленной вдоль рельса и вычисляемой по аналогии с условием (1) в предположении равенства напряжений во всех точках плоскости контакта:

$$F_{\text{пр}} = \sqrt{\Pi^2 + 3F_{\tau 3}^2}, \quad (2)$$

где $F_{\tau 3}$ – эквивалентная касательная сила, состоящая из суммы наибольшей касательной силы $F_{\tau 1}$, возникающей в пятне контакта от действия вертикальной силы Π , и касательной силы $F_{\tau 2}$, приложенной в пятне контакта от рельса к колесу локомотива.

Хотя условие Мизеса и является точечным, можно при оценке зависимости между вертикальными и горизонтальными силами в контакте использовать его, предполагая, что в каждой точке пятна контакта нормальные и касательные напряжения неизменны.

Будем считать, что касательная сила $F_{\tau 1}$ состоит из двух слагаемых. Первая из них определяется результатами решения контактной задачи теории упругости [9], из которой известно, что под действием силы Π максимум касательных напряжений τ располагается на глубине $0,480 < b < 0,785$, где b – меньшая полуось эллипса контакта. В соответствие с теорией упругого контакта Герца в табл. 4.1 [9] приведены значения τ_{max} в этой точке, изменяющиеся в пределах $0,300\Pi < \tau_{\text{max}} < 0,325\Pi$. В первом приближении примем, что $\tau_{\text{max}} = 0,312\Pi$ и создаётся эквивалентной касательной силой $F_{\tau 1}$, составляющей такую же долю от нормальной силы Π , т. е. $F_{\tau 1} = \zeta_{\tau}\Pi$, где $\zeta_{\tau} = 0,312$.

Второе слагаемое $F_{\tau 1}$ определяется суммой гравитационной силы в режиме движения экипажа на выбеге из-за его извилистого движения, обусловленного конусностью бандажа и доли силы тяги. Это движение определяется геометрическими параметрами колеса и рельса. Оно состоит из поперечных колебаний (относа) колёсной пары $y(t) = y_0 \sin \omega_c t$, вызывающего её поворот на угол $\varphi_x(t)$ (боковая качка) и углового перемещения (виляния) $\varphi_z(t)$ относительно вертикальной оси z , проходящей через её центр масс (рис. 2):

$$\varphi_z(t) = -\frac{1}{v_{\Sigma}} \dot{y}(t) = -\frac{y_0 \omega_c}{v_{\Sigma}} \cos \omega_c t = -\varphi_{z0} \cos \omega_c t.$$

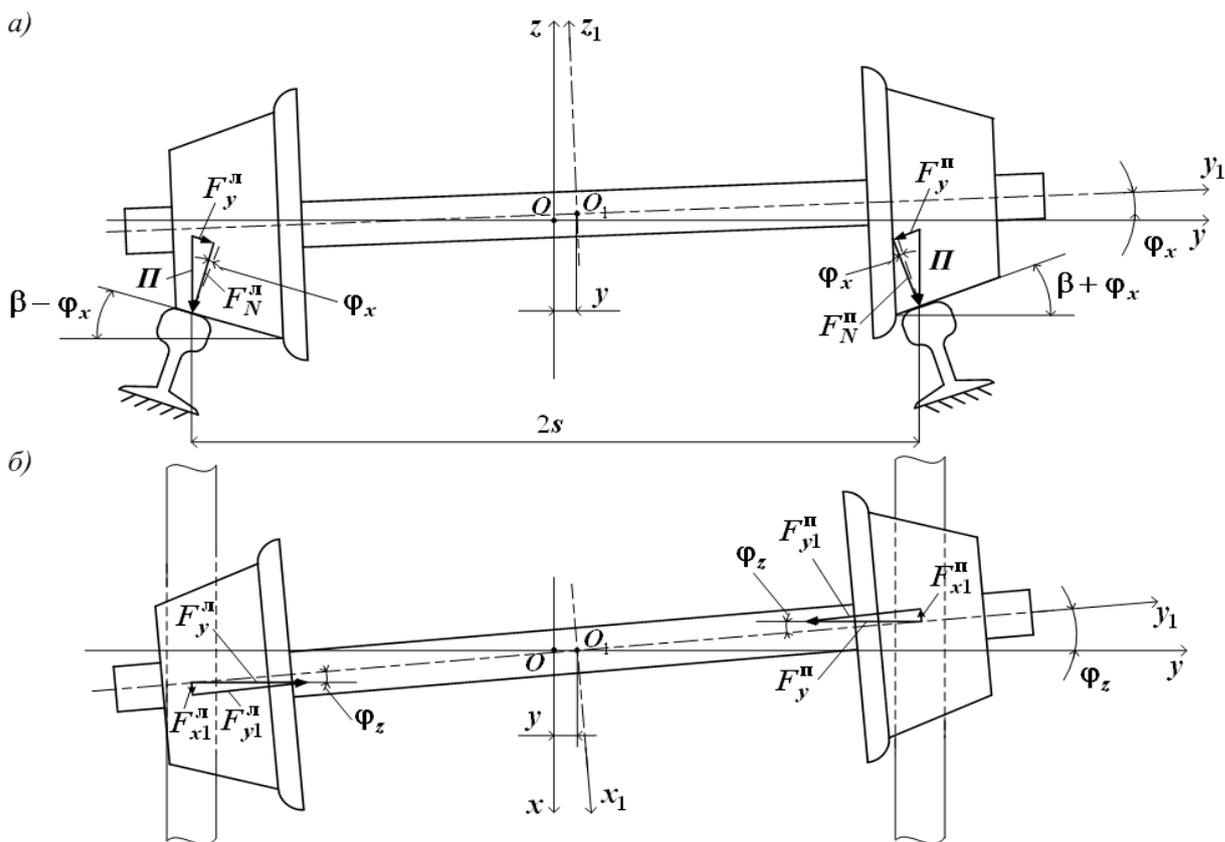


Рис. 2. Силы, действующие на колёсную пару при извилистом движении в проекциях на вертикальную (а) и горизонтальную (б) плоскости

Здесь: y_0 – половина зазора в рельсовой колее ($2y_0=14\text{мм}$); ω_c – собствен-

ная частота колебаний $\omega_c = v_\Sigma \sqrt{\frac{i}{r_6 s}}$ (r_6 – радиус бандажа колесной пары,

m ; s – половина расстояния между кругами катания колес, m ; i – уклон конической части бандажа колесной пары (конусность) $i = \text{tg}\beta \cong \beta \cong 0,05$) и

$$\varphi_{z0} = \frac{y_0 \omega_c}{v_\Sigma} = y_0 \sqrt{\frac{i}{r_6 s}} \quad (3)$$

Второе слагаемое $F_{\tau 1}$ определяется гравитационными силами $F_x^{\text{Л,П}}$ и $F_y^{\text{Л,П}}$ [11], возникающими в точках контакта левого и правого колёс под действием силы Π .

С учётом этого максимальные величины сил $F_x^{\text{Л,П}}$ и $F_y^{\text{Л,П}}$ взаимодействия колёс и рельса с учётом обоих слагаемых определяются выражениями:

$$F_{\max x}^{\text{Л,П}} = \Pi \sqrt{1 + 3 \left[\zeta_{\tau 1} + i \varphi_{z0} \right]^2}; \quad (4)$$

$$F_{\max y}^{\text{Л,П}} = \Pi \sqrt{1 + 3 \left[\zeta_{\tau 1} + i \frac{i}{s} y_0 \right]^2}. \quad (5)$$

В тяговом режиме движения к этим силам добавляются проекции на координатные оси силы тяги $F_k(v_\Sigma)$, приложенной к колесу. Эта сила зависит от суммарной скорости перемещения точки контакта колеса относительно рельса $v_\Sigma = \omega r_6$, которая складывается из скоростей движения экипажа (центра колеса) v и скольжения точки контакта по рельсу $v_{\text{ск}}$:

$$v_\Sigma = v + v_{\text{ск}}.$$

Представим силу тяги как:

$$F_k(v_\Sigma) = \zeta_k(v_\Sigma) \Pi,$$

где $\zeta_k(v_\Sigma)$ – безразмерный коэффициент тяги.

Максимальные значения проекции этой силы на координатные оси будут равны:

$$\begin{aligned} F_{\text{кx}}(\nu_{\Sigma}) &= \zeta_{\text{к}}(\nu_{\Sigma}) \Pi \cos \varphi_z \cong \zeta_{\text{к}}(\nu_{\Sigma}) \Pi; \\ F_{\text{кy}}(\nu_{\Sigma}) &= \zeta_{\text{к}}(\nu_{\Sigma}) \Pi \sin \varphi_z \cong \zeta_{\text{к}}(\nu_{\Sigma}) \Pi \varphi_{z0}. \end{aligned} \quad (6)$$

Тогда для режима тяги наибольшие силы взаимодействия колёс и рельсов определяются выражениями:

$$F_{\text{max } x}^{\text{л,п}} = \Pi \sqrt{1 + 3 \left[\zeta_{\text{к}}(\nu_{\Sigma}) + \zeta_{\text{тх}} \mp i \varphi_{z0} \right]^2}; \quad (7)$$

$$F_{\text{max } y}^{\text{л,п}} = \Pi \sqrt{1 + 3 \left[\zeta_{\text{к}}(\nu_{\Sigma}) \varphi_{z0} + \zeta_{\text{тх}} + i \left(1 \mp \frac{y_0}{s} \right) \right]^2}. \quad (8)$$

Будем считать, что именно эти касательные силы $F_{\text{max}}^{\text{л,п}} \left(F_{\text{max } x}^{\text{л,п}}; F_{\text{max } y}^{\text{л,п}} \right)$ и являются приведенными силами, вызывающими движение дислокаций при взаимодействии колеса и рельса.

Известно, что прохождение одной дислокации в материале и выход её на поверхность эквивалентно сдвигу в кристаллической решётке на величину её постоянной Δr . При этом выделяется энергия $\Delta E_1 = 8\varepsilon B$ ($1\varepsilon B = 1,60207 \text{ Нм}$) не зависимо от вида дислокации (линейная, винтовая и т. п.). Будем считать, что эта энергия равна работе A_1 эквивалентной касательной силы $F_{\tau 1}$ на пути Δr :

$$\Delta E_1 = A_1 = F_{\tau 1} \Delta r = 8\varepsilon B. \quad (9)$$

Вместе с тем работа A_{τ} касательных сил $F_{\text{max}}^{\text{л,п}}$ на том же пути Δr эквивалентна увеличению потенциальной энергии кристаллической решётки до величины ΔE_{τ}

$$A_{\tau} = \Delta E_{\tau} = F_{\text{max}}^{\text{л,п}} \Delta r \quad (10)$$

и создаёт не одну, а n_d дислокаций. Тогда можно найти это число дислокаций как:

$$n_d = \frac{A_\tau}{A_1} = \frac{\Delta E_\tau}{\Delta E_1} = \frac{F_\tau \Delta r}{8\epsilon B} = \frac{2,2 \cdot 10^{-14} \text{ м}}{1,282 \cdot 10^{-18} \text{ Нм}} F_{\text{пр}}^{\text{л,п}}$$

или
$$n_d = 1,692 \cdot 10^4 F_{\text{пр}}^{\text{л,п}}, \quad (11)$$

где коэффициент $1,692 \cdot 10^4$ имеет размерность H^{-1} .

Концентрация дислокаций на единицу площади контакта N_d^* при постоянном тангенциальном давлении определяется, как:

$$N_d^* = \frac{n_d}{S_0} = \frac{1,692 \cdot 10^4}{S_0} F_{\text{max}}^{\text{л,п}}(v_\Sigma), \quad [M^{-2}] \quad (12)$$

где S_0 – площадь пятна контакта колеса и рельса, которую считаем возможным определить из решения контактной задачи теории упругости.

Примем, что для неизношенных колёс это пятно имеет форму эллипса, площадь которого $S_0 = \pi ab$, где a и b – длины полуосей эллипса пятна контакта. Известно, что для колеса электровоза диаметром $1,25\text{ м}$ и рельса типа Р65 эти полуоси равны: $a = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ и $b = 6 \cdot 10^{-3} \text{ м}$, тогда $S_0 \approx 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$. После подстановки этих величин в выражение (12) получим:

$$N_d^* = 1,128 \cdot 10^8 F_{\text{max}}^{\text{л,п}}(v_\Sigma), \quad [M^{-2}]. \quad (13)$$

Закон движения дислокаций в общем случае зависит от числа различных типов несовершенств кристаллической структуры. В нашем случае рассматривается динамика движения дислокации в материале с наклепом, который характерен для поверхностных слоев рельса. В этом случае закон движения дислокаций определяется внутренним напряжением в материале, обусловленным наклепом, достигающим величины $\sigma_{\text{вн}} \approx 10^7 \text{ Па}$. Учёт инер-

ционности движения дислокаций выполняют, вводя в (13) дополнительный безразмерный множитель

$$\left[\frac{F_{\max}^{\text{л,п}}(v_{\Sigma})}{S_0 \sigma_{\text{вн}}} \right]^{0,25}. \quad (14)$$

Физическое взаимодействие между атомами колеса и рельса невозможно при наличии окисных плёнок на их поверхностях. Однако, при попадании на плёнку молекул воды, плёнка разрушается. Этому способствует высокое вертикальное давление от колеса на рельс, различие в объёмных деформациях и коэффициентах теплового расширения металла и плёнки, а так же скольжение колеса по рельсу. Этот эффект будем учитывать с помощью коэффициента разрушения плёнки Λ_p , равного отношению величины поверхности разрушения плёнки ΔS , к величине поверхности контакта колеса и рельса S_0 . Зависимость этого отношения от относительной скорости скольжения ε , учитывающая нагрев контактирующих тел, представлена в [20] в виде:

$$\Lambda_p(\varepsilon) = 1,15(\varepsilon)^{0,3} \exp\left(\frac{23}{2,2 \cdot 10^5 \varepsilon + 300} - 10\varepsilon + \frac{0,45\varepsilon}{5\varepsilon^2 + 0,1\varepsilon + 1}\right)$$

или

$$\Lambda_p = 1,15\Lambda_{p0}, \quad (15)$$

где $\varepsilon = \frac{v_{\text{ск}}}{v_{\Sigma}} = \frac{v_{\text{ск}}}{v + v_{\text{ск}}}$.

Таким образом, разрушение поверхностных плёнок в пятне контакта, создаёт условия для установления физического взаимодействия между атомами колеса и рельса.

Кроме того, известно, что с ростом скорости деформации зоны контакта, которую будем считать равной скорости перемещения точки контакта v_{Σ} , происходит увеличение числа дислокаций. Это явление будем учитывать с помощью коэффициента μ_y , зависимость которого от скорости движения

$\mu_y(v_\Sigma)$ носит параболический характер [22] со слабо выраженным максимумом при $v \leq 100 \text{ м/с}$:

$$\mu_y = \begin{cases} 1, & \text{при } v_\Sigma \leq 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} \\ \frac{7 \cdot 10^{-2} v_\Sigma + 0,022 v_\Sigma^2 - 0,48 \cdot 10^{-4} v_\Sigma^3}{2,5 + v_\Sigma}, & \text{при } 10 \frac{\text{м}}{\text{с}} < v_\Sigma \leq 100 \frac{\text{м}}{\text{с}} \end{cases}. \quad (16)$$

Подобная зависимость наблюдается при сварке ультразвуком.

С учетом движения дислокаций, коэффициента разрушения плёнки и возрастания скорости генерации дислокаций изменим выражение для концентрации дислокаций (12), введя в него дополнительные безразмерные множители (15) и (16):

$$N_d = 1,297 \cdot 10^8 \mu_y(v_\Sigma) \Lambda_{p0}(\varepsilon) F_{\max}^{л,п}(v_\Sigma) \left[\frac{F_{\max}^{л,п}(v_\Sigma)}{S_0 \sigma_{вн}} \right]^{0,25}, \quad (17)$$

Сформулируем принципы построения моделей сцепления колеса с рельсом и скольжения колеса по рельсу, принятые в данной работе.

Процесс **сцепления** колеса и рельса будем рассматривать при следующих допущениях:

- *сцепление представляет собой микропроцесс, происходящий на площадке контакта, в виде взаимодействия группы атомов колеса и рельса (захват), осуществляемый в результате образования активных центров за счёт действия нормального и касательного давлений;*
- *имеющаяся на поверхности контакта окисная плёнка с нанесёнными на неё загрязнениями разрушается в процессе скольжения из-за нагрева и различий в величинах коэффициентов теплового и объёмного расширения металла и окисла;*
- *сила взаимодействия между колесом и рельсом $F_{кр}$ является суммарной силой разрушения захватов в зоне контакта, т. е. зон, в которых*

установилось физическое взаимодействие между группами атомов колеса и рельса.

В рамках этих допущений сила взаимодействия между колесом и рельсом $F_{кр}$ равна:

$$F_{кр} = \sum_{j=1}^{n_3} F_j = \sum_{j=1}^{n_3} \sum_{i=1}^{n_B} F_{ji} = n_3 n_B F_{ji} = n_3 F_j, \quad (18)$$

Здесь j – число пятен захвата на контактной площадке, i – число взаимодействий между атомами колеса и рельса в одном пятне захвата, F_j – суммарная сила взаимодействия в одном захвате, n_3 – число пятен захватов, n_B – число взаимодействий между атомами колеса и рельса в одном захвате, F_{ji} – сила взаимодействия между двумя атомами колеса и рельса в одном захвате:

$$F_{ji} = \frac{U_0}{N_a r_a}. \quad (19)$$

Здесь U_0 – энергия связи одного моля в металле ($U_0 = 2,5 \cdot 10^4$ Дж / моль), N_a – число Авогадро ($N_a = 6,02 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹), r_a – расстояние между взаимодействующими атомами, которое примем равным диаметру первой Боровской орбиты ($r_a = 2,3 \cdot 10^{-10}$ м). Тогда

$$F_{ji} = \frac{U_0}{N_a r_a} = \frac{2,5 \cdot 10^4}{6,02 \cdot 10^{23} \times 2,3 \cdot 10^{-10}} = 1,806 \cdot 10^{-10}, \text{ Дж/м} = \text{Н}. \quad (20)$$

Зная F_{ji} , можно найти F_j суммарную силу взаимодействия в одном захвате

$$F_j = n_B F_{ji}.$$

При этом будем считать, что число взаимодействий между атомами колеса и рельса в одном захвате n_B определяется отношением:

$$n_{\text{в}} = \frac{S_{\text{иск}}}{S_i}, \quad (21)$$

где $S_{\text{иск}}$ – площадь искажения, в пределах которой атомы, находящиеся на поверхности колеса и рельса, слабо связаны с атомами внутри объёма;

S_i – площадь взаимодействия i – тых атомов колеса и рельса.

Эти площади приближённо можно считать площадями кругов с радиусами $r_{\text{иск}}$ для «круга искажения» и r_0 для «круга взаимодействия»; их можно принять равными $r_{\text{иск}} \approx 3 \cdot 10^{-6} \text{ м}$ и $r_0 \approx 3 \cdot 10^{-10} \text{ м}$. Поэтому отношение (21) составит:

$$n_{\text{в}} = \frac{S_{\text{иск}}}{S_i} = \frac{\pi r_{\text{иск}}^2}{\pi r_0^2} = 10^8. \quad (22)$$

Тогда суммарная сила взаимодействия в одном захвате будет равна:

$$F_j = n_{\text{в}} F_{ji} = 1,806 \cdot 10^{-2}, \text{ Н}. \quad (23)$$

Допустим, что число пятен захватов n_3 равно числу дислокаций $n_{\text{д}}$ вышедших на поверхность и определяется на основе (11), как произведение концентрации дислокаций $N_{\text{д}}$ по (17) на площадь пятна контакта колеса и рельса $S_0 = \pi ab$:

$$n_3 = n_{\text{д}} = N_{\text{д}} S_0. \quad (24)$$

Тогда сила взаимодействия между колесом и рельсом $F_{\text{кр}}$ будет равна

$$F_{\text{кр}} = n_3 F_j = 1,806 \cdot 10^{-2} N_{\text{д}} S_0 \quad \text{или} \\ F_{\text{кр}} = 2,342 \cdot 10^6 \mu_{\text{у}} \Lambda_{\text{р0}}(\varepsilon) S_0 F_{\text{max}}^{\text{л,п}}(v_{\Sigma}) \left[\frac{F_{\text{max}}^{\text{л,п}}(v_{\Sigma})}{S_0 \sigma_{\text{вн}}} \right]^{0,25}. \quad (25)$$

Если величина площади контакта равна $S_0 = \pi ab \approx 1,5 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2$, то

$$F_{кр}(v_{\Sigma}, \varepsilon) = 3,513 \cdot 10^2 \mu_y \Lambda_{p0}(\varepsilon) F_{\max}^{л,п}(v_{\Sigma}) \left[\frac{F_{\max}^{л,п}(v_{\Sigma})}{S_0 \sigma_{вн}} \right]^{0,25}. \quad (26)$$

Из формул (25) и (26) следует, что сила взаимодействия колеса и рельса $F_{кр}$ зависит не только от относительной скорости скольжения ε , но и от абсолютной скорости движения точки контакта этих тел v_{Σ} , что соответствует многочисленным экспериментам.

Далее рассмотрим допущения, в рамках которых определим процесс скольжения колеса по рельсу. Допустим, что **скольжение** колеса по рельсу происходит вследствие:

- *разрушения интерметаллоидных соединений на пятне контакта, вызывающего скольжение колеса по рельсу, которое будем интерпретировать как процесс «схлопывания дислокаций», вышедших на поверхность контакта, – трансляционное (переносное) пластическое течение (сдвиг без деформации);*
- *этот сдвиг происходит под действием нормального и тангенциального давлений от колеса на рельс, определяющих скорость скольжения точки контакта колеса по рельсу, направленную в сторону скорости движения (по направлению тангенциального давления).*

Рассмотрим модель скольжения колеса по рельсу, построенную в соответствие с этими допущениями. Для этого представим величину скорости скольжения колеса локомотива по рельсу в виде

$$v_{ск} = \frac{\Delta X}{\Delta t}, \quad (27)$$

где ΔX – суммарная величина трансляционного перемещения, наступающего в результате «схлопывания» дислокаций от действия тангенциальной силы;

Δt – время экспозиции колеса на пятне контакта, которое определяется величиной продольной оси эллипса контакта $2b$ и скоростью движения:

$$\Delta t = \frac{2b}{v_{\Sigma}} = \frac{2S_0}{\pi a v_{\Sigma}}. \quad (28)$$

Значение ΔX определяется количеством дислокаций $n_{\text{д}}$ (11), а также их «схлопыванием», т. е. сдвигом в структуре материала рельса на величину постоянной его атомной решетки $\Delta r \approx 2,2 \cdot 10^{-14} \text{ м}$.

$$\Delta X = n_{\text{д}} \Delta r. \quad (29)$$

Это соотношение является приближённым, так как из всего количества дислокаций $n_{\text{д}}$ только некоторая их часть даст определённый вклад в создание перемещения ΔX , так как приближённо их можно считать равномерно распределёнными по поверхности контакта. Однако пока ещё не удалось решить задачу определения доли $n_{\text{д}}$, вносящей вклад в эту деформацию.

С учётом (28) и (29) величину скорости относительного скольжения можно определить как:

$$\varepsilon = \frac{v_{\text{ск}}}{v_{\Sigma}} = \frac{\Delta X v_{\Sigma}}{2b v_{\Sigma}} = \frac{\pi a}{2S_0} n_{\text{д}} \Delta r = N_{\text{д}} \frac{\pi}{2} a \Delta r.$$

Подставив в это выражение значение $\Delta r \approx 2,2 \cdot 10^{-14} \text{ м}$, получим

$$\varepsilon = 3,454 \cdot 10^{-14} a N_{\text{д}}$$

или с учётом (17) для концентрации дислокаций $N_{\text{д}}$:

$$\varepsilon = 4,48 \cdot 10^{-6} a \mu_y \Lambda_{p0}(\varepsilon) F_{\text{max}}^{\text{л,п}}(v_{\Sigma}) \left[\frac{F_{\text{max}}^{\text{л,п}}(v_{\Sigma})}{S_0 \sigma_{\text{вн}}} \right]^{0,25}. \quad (30)$$

При $a = 8 \cdot 10^{-3} \text{ м}$ это выражение примет вид:

$$\varepsilon = 3,584 \cdot 10^{-8} \mu_y \Lambda_{p0}(\varepsilon) F_{\text{max}}^{\text{л,п}}(v_{\Sigma}) \left[\frac{F_{\text{max}}^{\text{л,п}}(v_{\Sigma})}{S_0 \sigma_{\text{вн}}} \right]^{0,25}. \quad (31)$$

Таким образом, полученные формулы (26) и (31), позволяют рассчитать величины силы сцепления, как силы разрушения “захватов”, возникающих на площадке контакта, а также скорости скольжения колеса по рельсу, как скорости «схлопывания дислокаций», на основе трансляционного пластического течения материала колеса и рельса на контактной площадке. Отметим также, что их основой является величина концентрации дислокаций в пятне контакта N_d , определяемая формулой (17). Кроме того, из (26) следует, что сила взаимодействия колеса и рельса является функцией двух аргументов скорости движения v_Σ и относительной скорости скольжения ε , что давно используется при решении тяговых задач по установлению весовой нормы поезда и исследованию процессов срыва и восстановления сцепления колёс локомотивов с рельсами.

Для проверки адекватности предложенной модели взаимодействия колеса и рельса были выполнены расчёты по формулам (26) и (31) характеристики сцепления

$$\psi(v_\Sigma, \varepsilon) = \frac{F_{кр}(v_\Sigma, \varepsilon)}{P}, \text{ т. е. зависимости коэффициента}$$

сцепления от скоростей движения v_Σ и скольжения ε или $v_{ск} = \varepsilon v_\Sigma$. Такие зависимости (рис. 3, а) приведены в [5] для электровоза с асинхронными тяговыми электродвигателями S252 фирмы «Сименс». Поэтому расчёты были сделаны применительно к отечественному электровозу 2ЭС10 также с асинхронными тяговыми электродвигателями. При этом учитывалось, что силы $F_{\max x}^{л,п}$ и $F_{\max y}^{л,п}$ определяются по формулам (7) и (8) с учётом силы тяги локомотива $F_k(v_\Sigma)$, определяемой его тяговой характеристикой. Результаты расчётов (рис. 3, б) имеют довольно схожий характер. Некоторое различие между рисунками 3, а и 3, б в области малых v_Σ и больших $v_{ск}$ объясняется различием в параметрах и характеристиках этих электровозов.

Дополнительная проверка адекватности предложенной методики прогнозирования процессов взаимодействия колёс и рельсов была выполнена на

основе сравнения экспериментальной кривой сцепления $\Psi_{\text{сц}}(\varepsilon)$ (рис. 4, кривая 1), полученной Ф Барвеллом и расчётной кривой 2, полученной по предлагаемой методике.

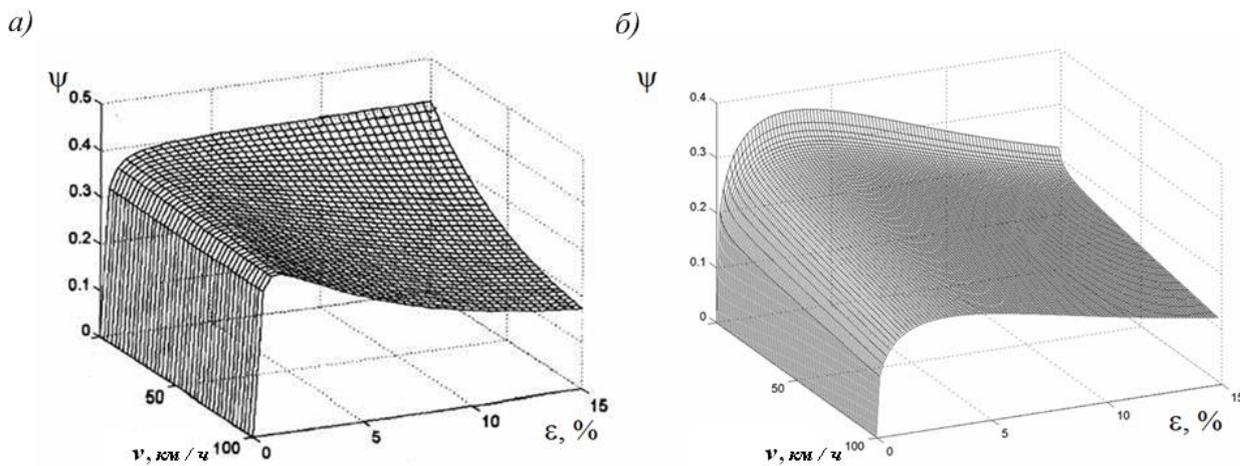


Рис. 3. Поверхности сцепления: а – по экспериментальным данным для электровоза S252; б – по результатам расчётов для электровоза 2ЭС10

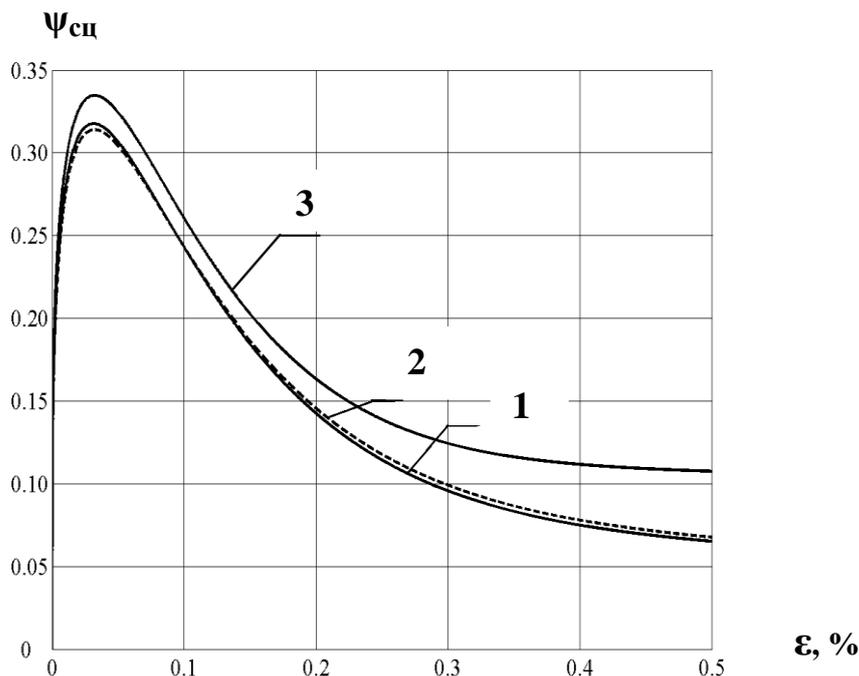


Рис. 4. Зависимость коэффициента сцепления от относительной скорости скольжения: по экспериментальным данным Ф.Барвелла кривая (1); по результатам расчетов при последовательном возбуждении ТЭД кривая (2) , при независимом возбуждении ТЭД кривая(3).

Как видно из этого рисунка результаты расчёта (кривая 2) имеют удовлетворительную сходимость с экспериментальными данными (кривая 1).

Кроме того, была выполнена проверка сходимости результатов расчёта зависимостей максимальных значений коэффициента сцепления $\Psi_{\text{бсц}}$ от скорости движения локомотива, которые сравнивались с эмпирическими, приведенными в правилах производства тяговых расчётов (ПТР) для двух групп электровозов (рис. 5): кривые 1 – для ВЛ22, ВЛ23, ВЛ8 и кривые 2 – для ВЛ60, ВЛ60^р, ВЛ80^к, ВЛ80^т, ВЛ80^р, ВЛ80^с.

Для удобства сравнения были определены нормированные зависимости $\Psi_{\text{сц}}^{\text{н}}(v) = \frac{\Psi_{\text{бсц}}(v)}{\Psi_{\text{бсц}}(0)}$, где в знаменателе стоит значение коэффициента сцепления при нулевой скорости движения. Из рисунка видно, что расчётные и эмпирические кривые $\Psi_{\text{сц}}^{\text{н}}(v)$ также имеют удовлетворительную сходимость

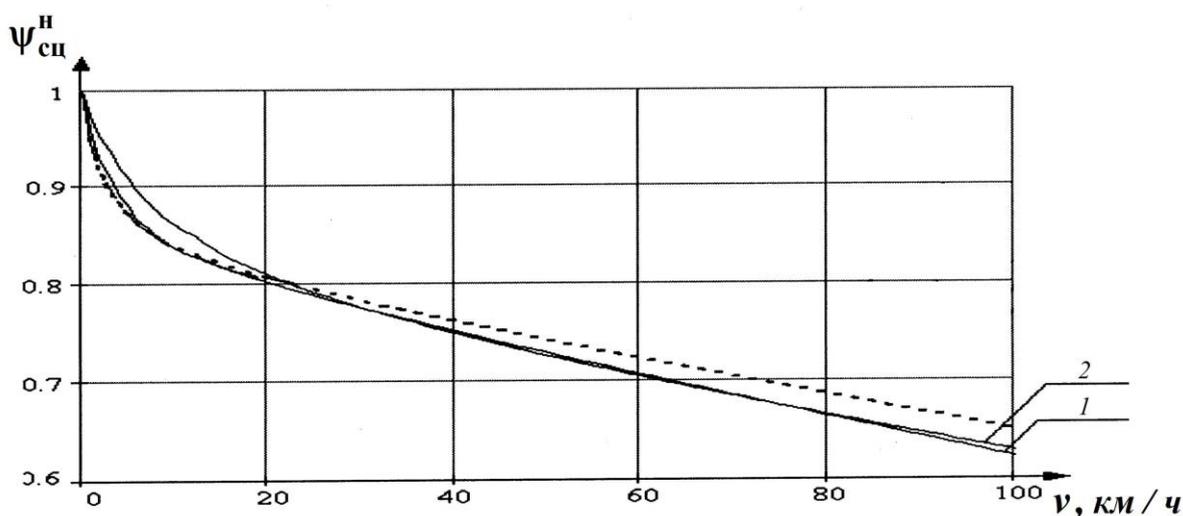


Рис. 5. Нормированные кривые сцепления, полученные экспериментально – сплошные линии, и расчетная – пунктирная линия: кривые 1 – для ВЛ22, ВЛ23, ВЛ8; 2 – для ВЛ60, ВЛ60^р, ВЛ80^к, ВЛ80^т, ВЛ80^р, ВЛ80^с

Таким образом, графики, приведенные на рисунках 3 – 5, свидетельствуют о корректности предложенной модели процесса взаимодействия колеса и рельса.

Будем считать, что силы $F_{крx,y}^{л,п}$, определяемые по (26), являются коэффициентами продольного $k_x^{л,п}$ и поперечного $k_y^{л,п}$ крипов левого и правого колес. Тогда поперечные и продольные силы крипа можно рассчитать по известным выражениям

$$F_{кry}^{л,п} = k_y^{л,п} \varepsilon_y^{л,п}, \quad F_{крx}^{л,п} = k_x^{л,п} \varepsilon_x^{л,п}, \quad (32)$$

в которых $\varepsilon_y^{л,п} = \frac{v_{ску}^{л,п}}{v + v_{ску}^{л,п}}$, $\varepsilon_x^{л,п} = \frac{v_{скx}^{л,п}}{v + v_{скx}^{л,п}}$ – относительные поперечные и продольные скорости скольжения левого и правого колес, обусловленные извилистым движением колесной пары и определяемые по известным формулам.

На основе выражений (32) для сил крипа были выполнены расчеты свободных боковых колебаний элементов электровоза ВЛ10^у как нелинейной системы при скоростях движения 40, 60, 90, 175 и 190 км/ч. В качестве начальных условий задавался относ первой по ходу движения колесной пары $y_0 = 0,007$ м.

На рис. 6, а – в приведены результаты расчета свободных боковых колебаний при скоростях движения 60, 175, 190 км/ч в виде реализаций процессов колебаний отнosa $y_{кп}(t)$ первой по ходу движения колесной пары, а также их амплитудных спектров $A_{y_{кп}}(f)$.

Видно, что свободные колебания отнosa колесной пары при скорости движения 60 км/ч носят затухающий характер с частотой 0,7 Гц. При скорости 175 км/ч колебания происходят с частотой 2,53 Гц и практически не затухают, а при скорости 190 км/ч движение становится неустойчивым, возникают автоколебания с амплитудой $\approx 8,5$ мм. Критическая скорость по условию устойчивости движения составляет $v_{кр} = 176$ км/ч, а конструкционная скорость $v_k \leq v_{кр} / \sqrt{3} \approx 102$ км/ч, что соответствует техническим характери-

стикам исследуемого электровоза ВЛ10^У.

Таким образом, по результатам исследования свободных колебаний можно сделать вывод о том, что описание сил взаимодействия колес и рельсов можно выполнять на основе дислокационной модели сцепления.

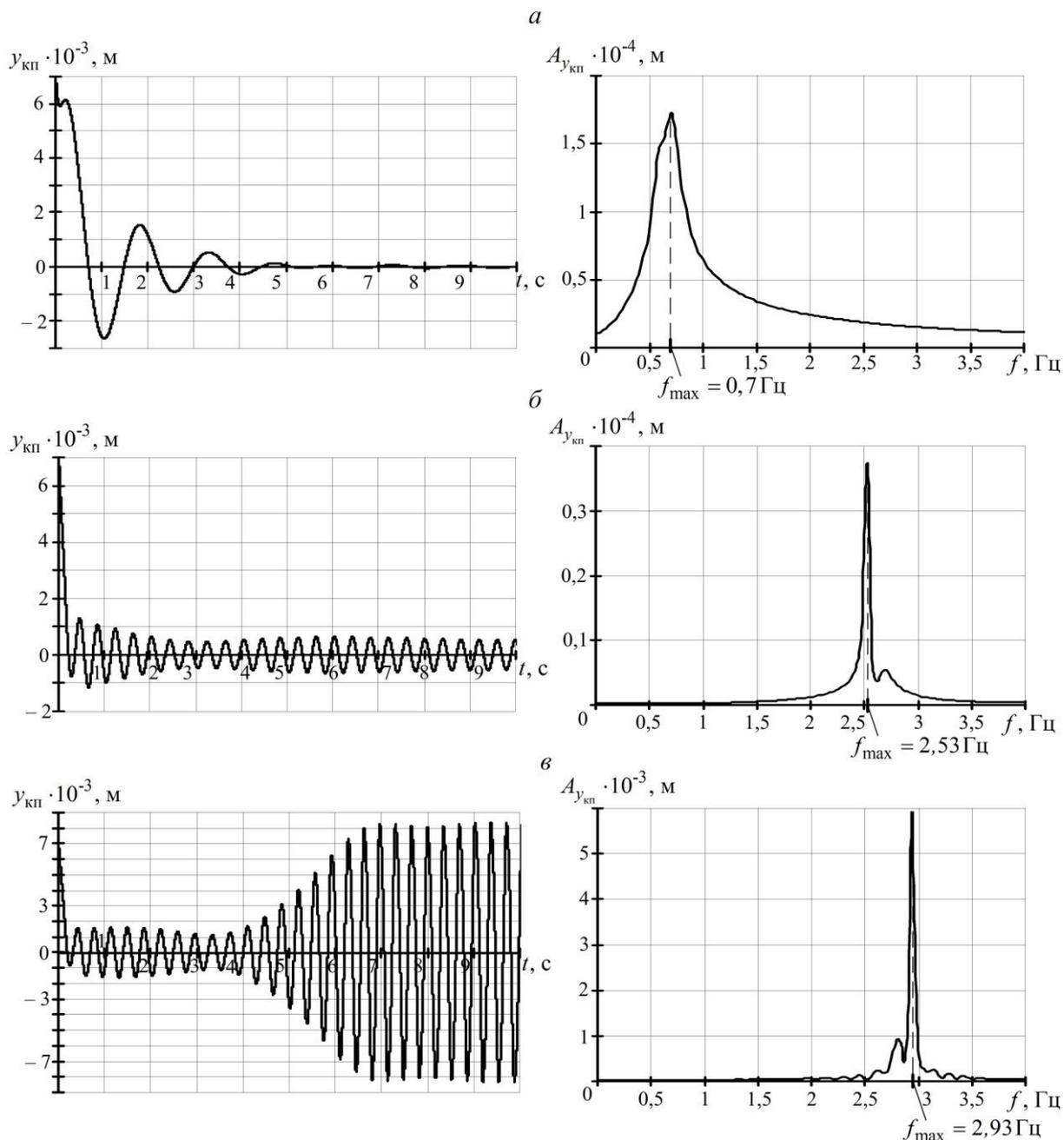


Рис. 6. Реализации процессов колебаний отнса первой колесной пары и их амплитудные спектры при скоростях движения 60 (а), 175 (б) и 190 км/ч (в)

Реализация сцепления колеса с рельсом зависит от многих факторов, помимо физических процессов непосредственно связанных со сцеплением. К ним относятся величина тока и вращающего момента электродвигателя, динамическое взаимодействие пути с механической системой экипажа, отдельных тел в этой системе между собой, а также с его тяговым электродвигателем.

Для составления уравнений колебаний реальная тележка электровоза с осевой схемой 2о–2о заменена кинематической моделью приведенной рис. 7.

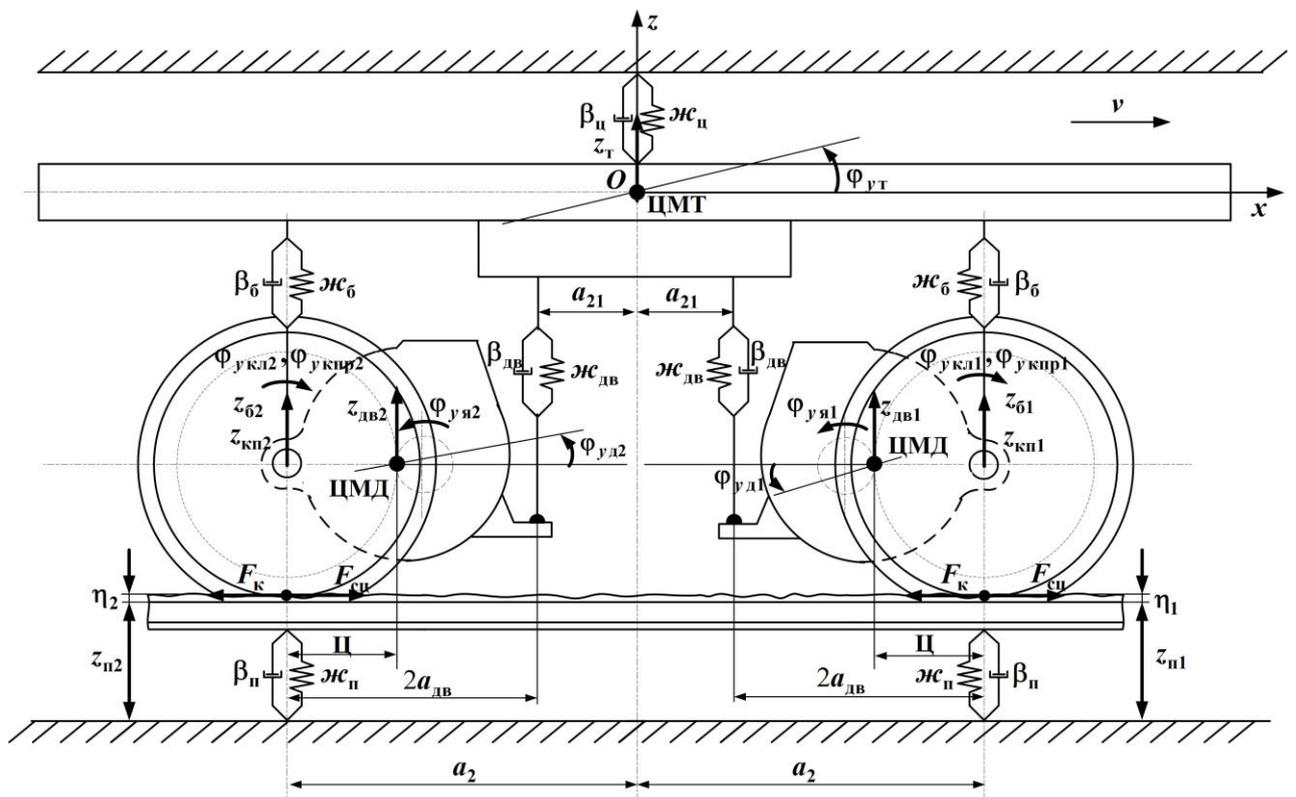


Рис. 7. Кинематическая схема двухосной динамической модели системы экипаж-путь (вид сбоку)

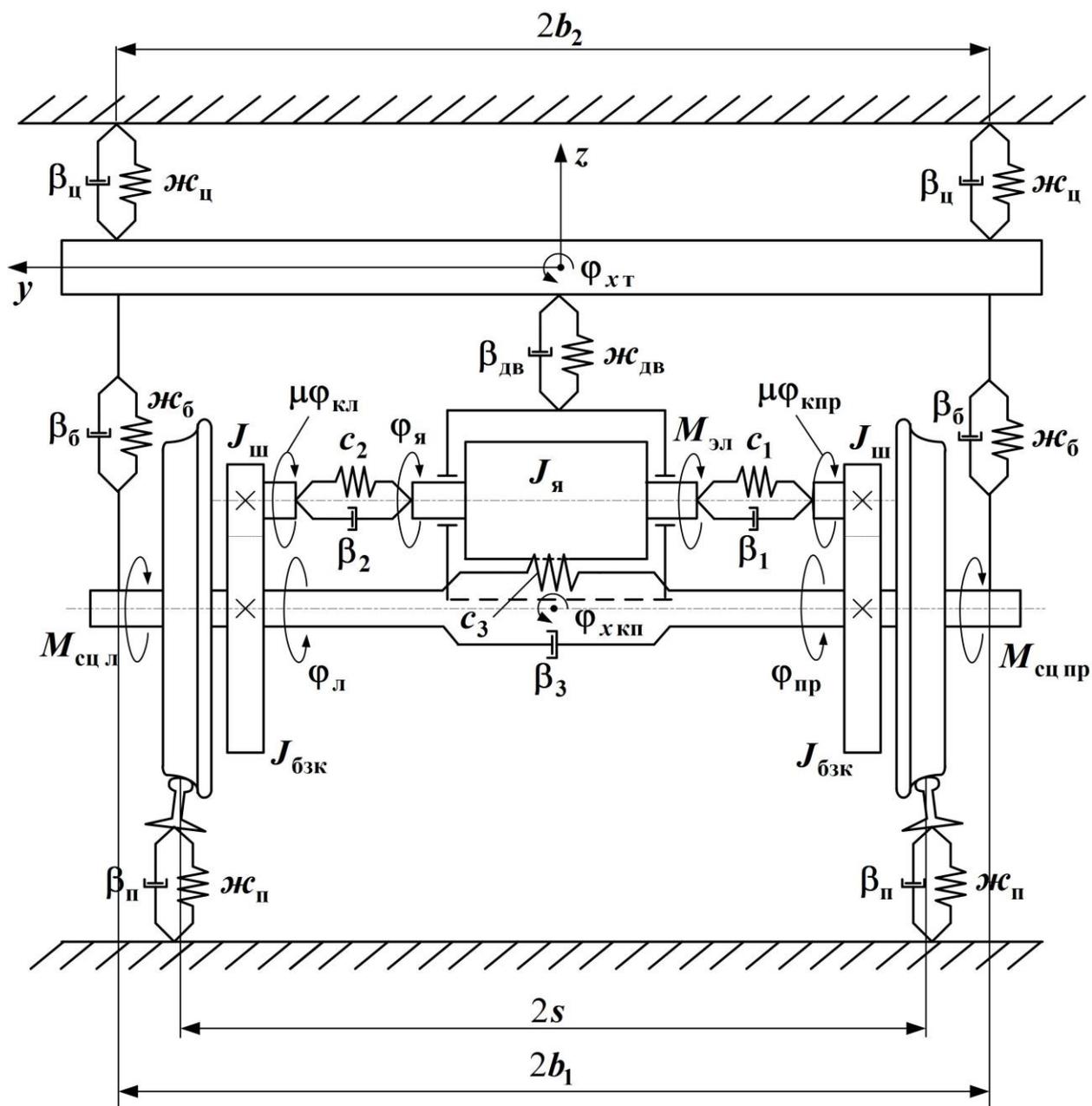


Рис. 8. Кинематическая схема одного колесно-моторного блока

Как видно из рис. 7 и рис. 8, рассматриваемая механическая система имеет 21 степень свободы от вертикальных колебаний: три степени свободы соответствует колебаниям подпрыгивания z_T , галопирования Φ_{yT} и боковой качки тележки Φ_{xT} ; два тяговых двигателя имеют по две степени свободы – подпрыгивание $z_{дв1,2}$, и галопирование $\Phi_{уд1,2}$; две колесных пары имеют по две степени свободы – подпрыгивание $z_{кп1,2}$ и боковая качка $\Phi_{хкп1,2}$; четыре точки пути под колёсами имеют по одной степени свободы – подпрыгивание

$z_{п1,2}^{л,п}$.

Кроме того, в системе имеется 6 степеней свободы от крутильных колебаний: четыре колеса имеют по одной степени свободы – угол поворота $\Phi_{ук1,2}^{л,п}$ относительно оси y ; два якоря тяговых двигателей – по одной степени свободы – угол поворота $\Phi_{я1,2}$ относительно оси y . При этом крутильные колебания колёс возникают под действием разности моментов тяговых двигателей $M_{дв}$ и сил сцепления $M_{сц}$, если же $M_{дв} \leq M_{сц}$, то крутильные колебания не возникают, но появляется скорость скольжения, соответствующая зависимости $F_{кр}(v_{\Sigma}, \varepsilon)$.

В модели электромагнитных и электромеханических процессов в тяговых двигателях учитывалась нелинейность кривой намагничивания и вихревые токи. Величины э. д. с. определялись для суммарной частоты вращения якоря:

$$\Phi_{я\Sigma} = \Phi_{яi} + \frac{\mu}{r_k} (v + v_{ск}).$$

Блок-схема программы, описывающей эти процессы в коллекторном тяговом двигателе последовательного возбуждения приведена на рис. 9.

Поскольку момент тягового двигателя, пропорциональный произведению тока двигателя на его магнитный поток $M_{дв} = C_{дв} I \Phi$, приложен к колесу колёсной пары и создаёт силу тяги F_k , то электромагнитные и электромеханические процессы в тяговом двигателе связаны с механическими процессами реализации сцепления и колебаниями тележки.

Совместное решение уравнений электромагнитных и электромеханических процессов в тяговых двигателях последовательного и независимого возбуждения, а также процессов механических колебаний тележки, позволило исследовать процессы срыва и восстановления сцепления, возникающие при превышении силой тяги силы сцепления, при наезде на «масляное пятно» на

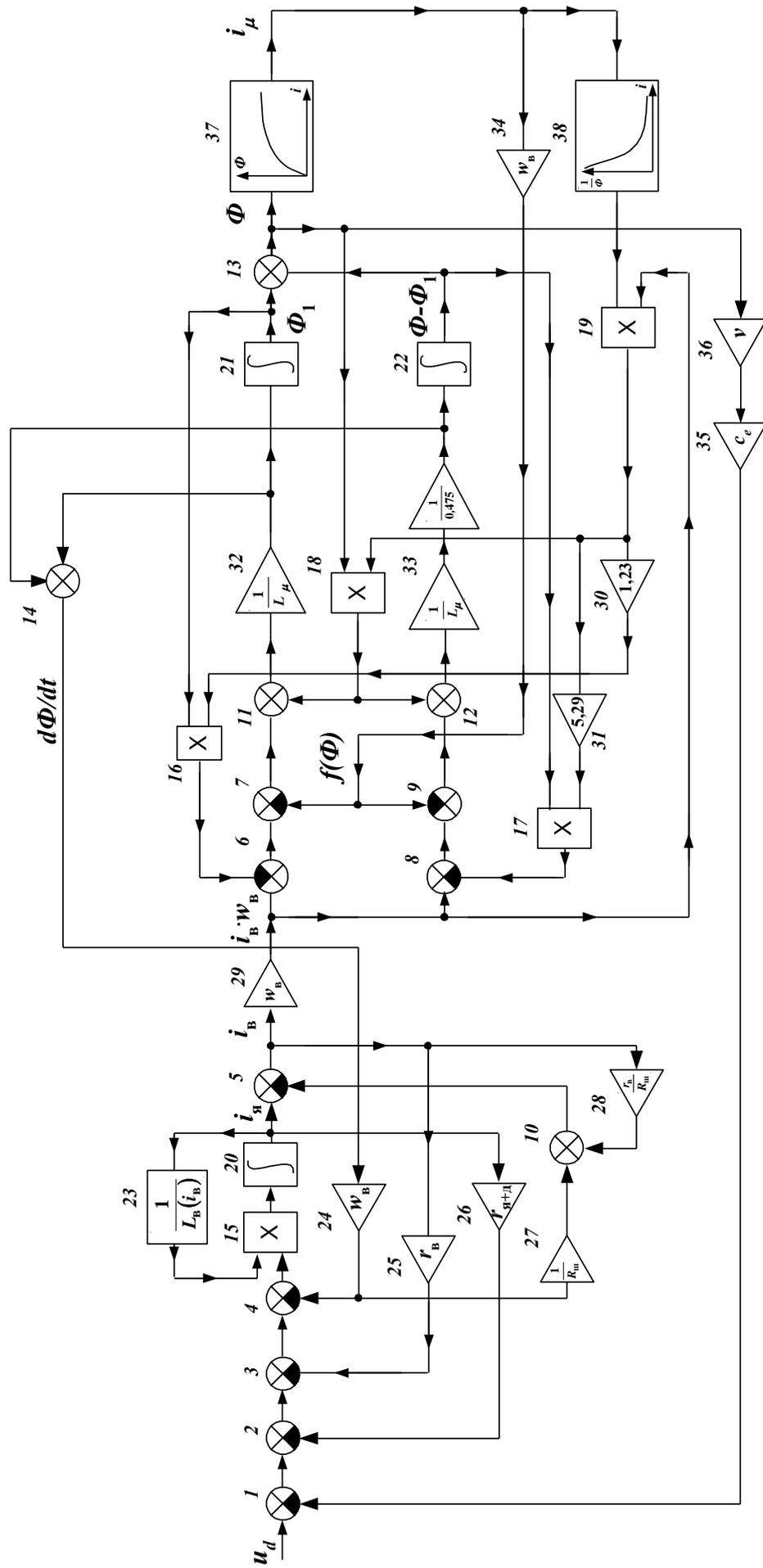


Рис. 9. Структурная блок-схема программы расчёта процессов в тяговом электродвигателе последовательного возбуждения

рельсах, при подсыпке песка и т. п. Расчеты этих процессов были выполнены для широко распространенного электровоза ВЛ80^Т, масса поезда была принята равной 5000т.

Процесс «наезда» колёсами электровозов с последовательным и независимым возбуждением двигателей на масляное пятно на поверхности рельса (рис. 10) моделировался снижением в два раза действующей силы сцепления левого колеса.

При наезде электровоза с независимой системой возбуждения двигателя левым колесом на масляное пятно происходит резкое снижение $F_{\text{сцл}}$, а $F_{\text{сцпр}}$ несколько возрастает (рис. 10, е). Снижение $F_{\text{сцл}}$ вызывает увеличение скорости скольжения ε (рис. 10, з). Однако срыва сцепления не происходит, сила тяги за счет роста скорости уменьшается и становится через одну секунду после наезда на пятно равной суммарной силе сцепления колесной пары $F_{\text{сц}}$ (рис. 10, з). Ток якоря уменьшается примерно на 15%, восстанавливаясь до прежней величины после шестой секунды (рис. 10, б). На шестой секунде ε и $F_{\text{сц}}$ восстанавливаются до исходного уровня.

Таким образом, электровоз с независимой системой возбуждения при наезде на масляное пятно, в целом, не испытывает буксования и, спустя шесть секунд, в полном объеме восстанавливается сцепление.

При наезде левым колесом на масляное пятно электровоза с последовательным возбуждения двигателей со второй секунды наступает буксование обоих колес (рис. 10, з); ε , начиная с этого времени, монотонно увеличивается. Ток якоря к восьмой секунде уменьшается до 500А (рис. 10, а, в), $F_{\text{сц}}$ становится меньше силы тяги, причем их максимальное различие наступает к моменту $t = 6\text{с}$.

В этот момент времени происходит восстановление условий для сцепления, однако процесс буксования не прекращается Сила тяги $F_{\text{к}}$ остается больше суммарной силы сцепления $F_{\text{сц}}$ (рис. 10, ж).

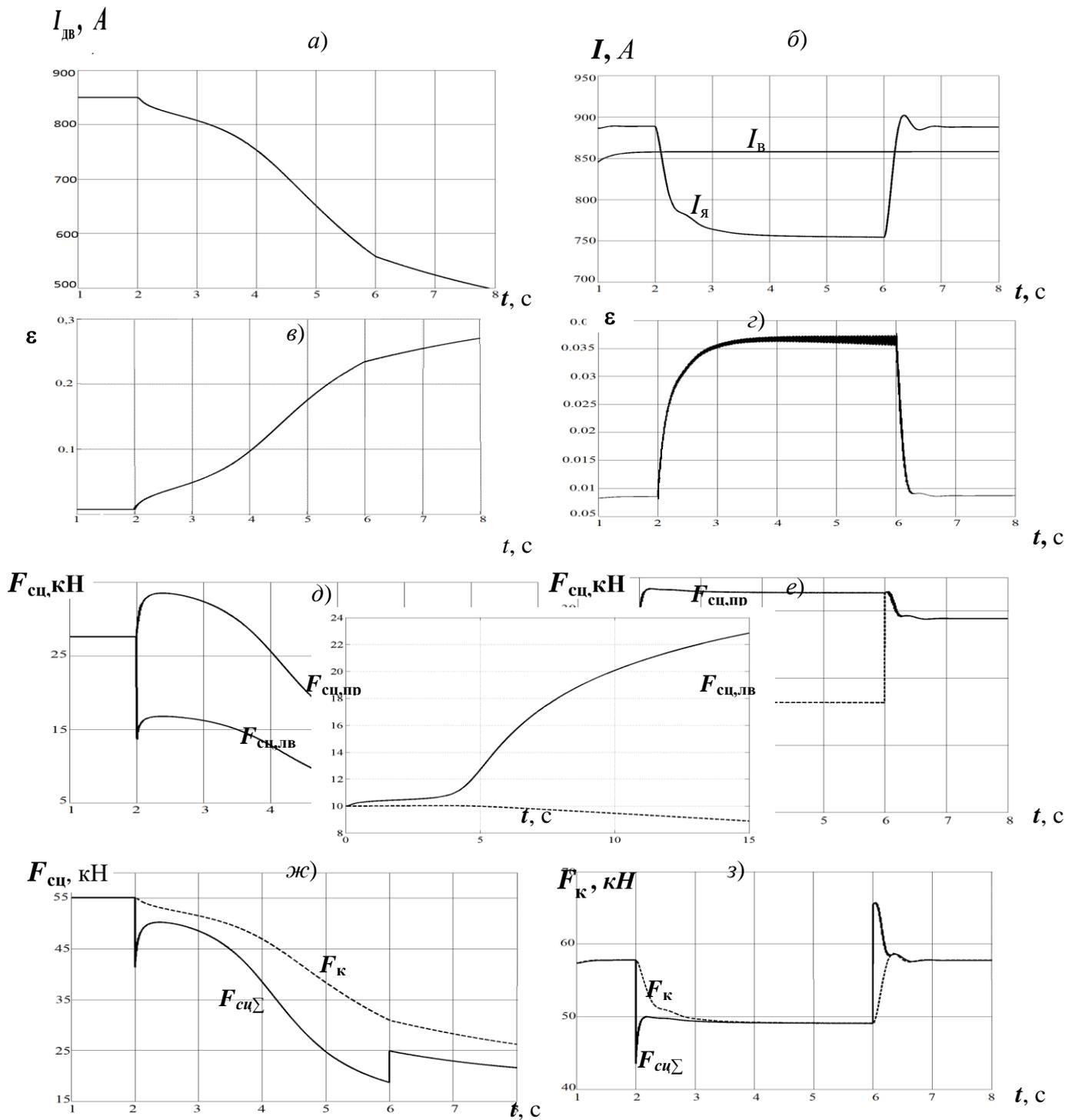


Рис. 10. Зависимости от времени для двигателей с последовательным (а, в, д, ж) и независимым возбуждением (б, г, е, з) при “наезде” левым колесом локомотива на масляное пятно в интервале 2 – 6с:

а и б – токов двигателя, якоря и возбуждения; в и г – относительных скоростей скольжения, д и е – сил сцепления правого и левого колеса; ж и з – сил тяги и суммарной силы сцепления под обоими колесами оси колёсной пары

Это означает, что наличие масляного пятна на поверхности рельса приводит к глубокому буксованию без восстановления сцепления электровоза с последовательным возбуждением двигателей. При наезде левым колесом электровоза с последовательным возбуждением двигателей на масляное пятно в интервалах времени $2c - 6c$ при $2c \leq t \leq 2,08c$, и при $5,98c \leq t \leq 6,08c$ происходит резкое колебательное увеличение ε (рис. 11 *a* и *б*), которое со временем затухает. Колебания левого колеса происходят с частотой $\approx 62,5 \text{ Гц}$, а правого – с частотой $\approx 72,5$. Причем колебания правого колеса отстают по фазе на π от колебаний левого.

Характеристику сцепления можно рассматривать как фазовую траекторию в координатах $[F_{\text{сц}}; \varepsilon]$ на основе следующего. Величина силы по закону Ньютона пропорциональна ускорению, а ε является скоростью, поэтому координаты $[F_{\text{сц}}; \varepsilon]$ пропорциональны $[\dot{x}; \ddot{x}]$. В свою очередь фазовые траектории в координатах $[x; \dot{x}]$ подобны траекториям в координатах $[\dot{x}; \ddot{x}]$.

При буксовании поступательную скорость движения колеса локомотива можно считать величиной постоянной, тогда координаты $[F_{\text{сц}}; \varepsilon]$ и $[\ddot{x}; \dot{x}]$ пропорциональны. Это означает, что характеристику сцепления (рис. 12) можно рассматривать как фазовую траекторию в координатах $[F_{\text{сц}}, \varepsilon]$.

Построение фазовых траекторий было выполнено путем замера в одноименные моменты времени величины силы сцепления и относительной скорости скольжения на рис. 10, *в* и *ж*, а также рис.10, *г* и *з*. Фазовые портреты $F_{\text{сц}} = f(\varepsilon)$ колебаний свидетельствуют о возникновении в обоих случаях автоколебаний левого колеса на начальной стадии буксования (рис. 12, *a* и *б*). Траектория изображающей точки для двигателя последовательного возбуждения (рис. 12, *a*) является не замкнутой, что свидетельствует о неустойчивости процесса автоколебаний для двигателя последовательного возбуждения и

означает глубокое буксование без восстановления сцепления. В этой траектории имеется один высокочастотный цикл с частотой $\approx 62,5 \text{ Гц}$.

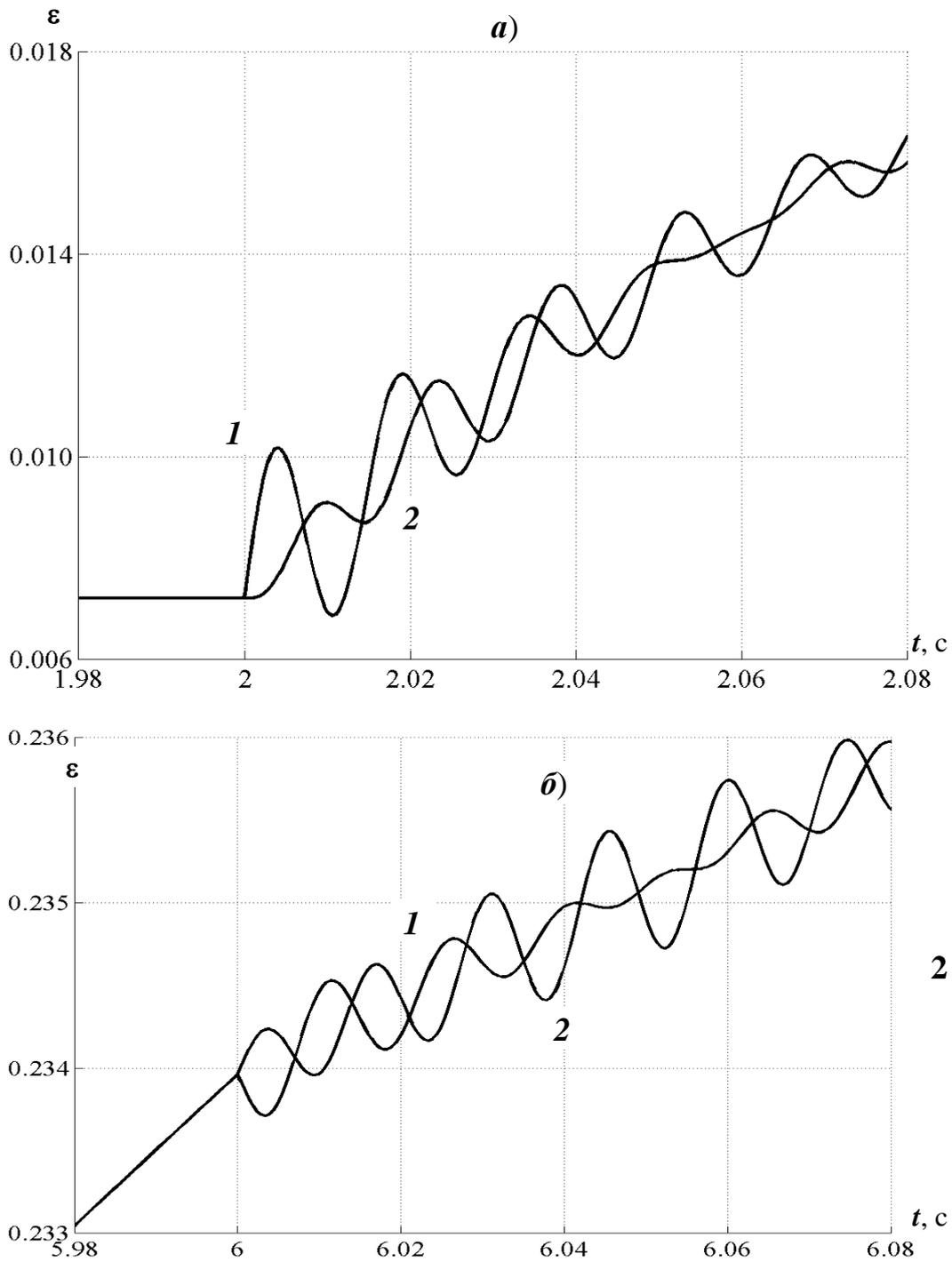


Рис. 11. Зависимости $\epsilon(t)$ при буксовании электровоза с последовательным возбуждением двигателей при наезде левым колесом на масляное пятно в интервалах времени $2\text{с} - 6\text{с}$:

$a - 2\text{с} \leq t \leq 2,08\text{с}$; б) $5,98\text{с} \leq t \leq 6,08\text{с}$: 1 – левое колесо; 2 – правое колесо

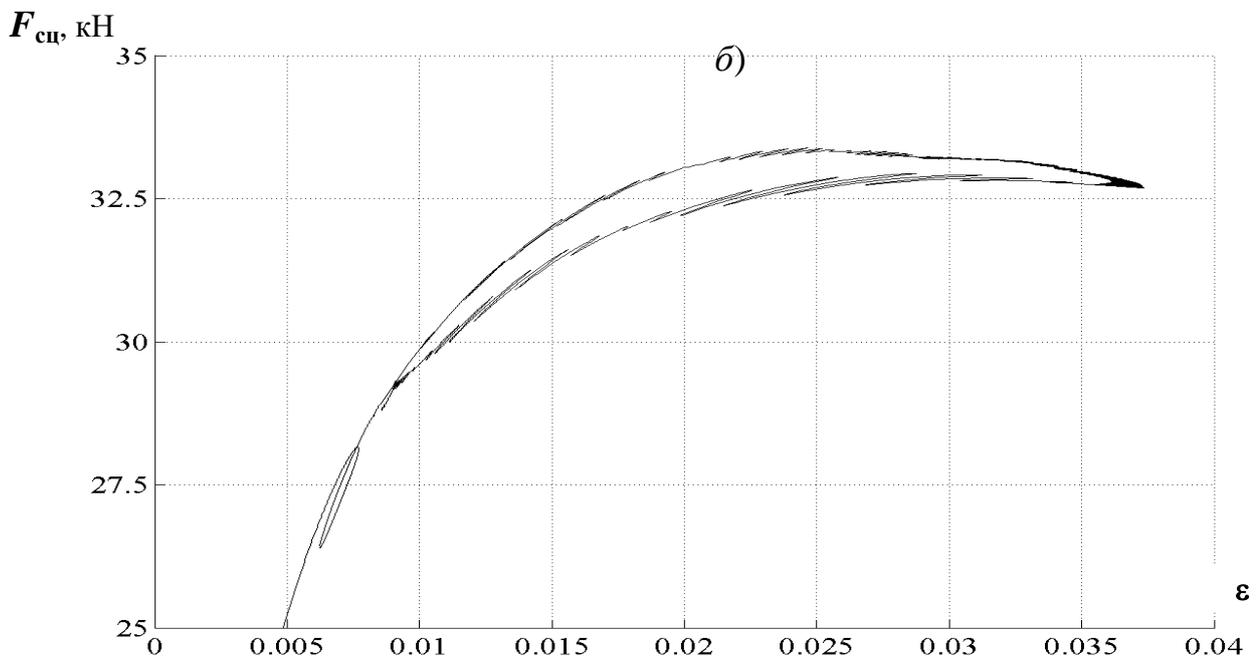
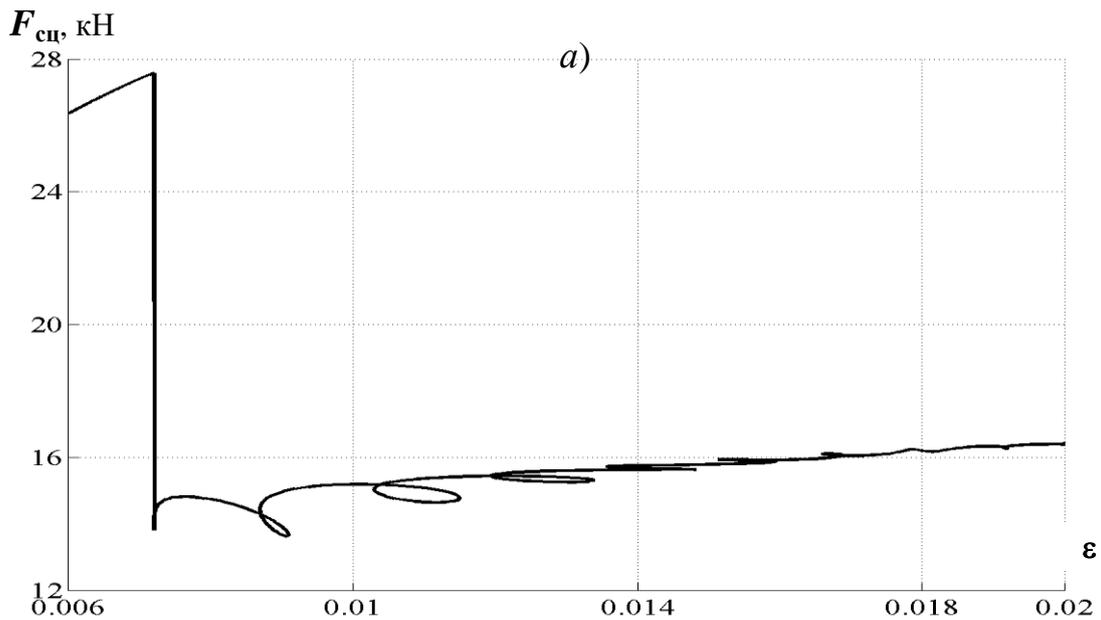


Рис. 12. Характеристики сцепления левого колеса локомотивов с последовательным (а) и независимым (б) возбуждением в условиях наезда на масляное пятно.

При этом фазовая траектория $F_{сц} = f(\varepsilon)$ для двигателя с независимым возбуждением является замкнутой, что свидетельствует о возникновении стационарного режима автоколебаний с устойчивым предельным циклом (рис.12, б). В этой траектории имеются высокочастотные циклы с частотой $\approx 62,5 \text{ Гц}$, а также один низкочастотный цикл с частотой

$$f = \frac{1}{6,25c - 2,0c} \approx 0,24Гц. \text{ В знаменателе этого выражения стоят моменты}$$

времени (рис. 10, з), соответствующие срыву сцепления при $t = 2,0c$ и восстановлению сцепления на прежнем уровне при $t = 6,25c$.

Из практики эксплуатации электровозов с последовательным возбуждением двигателей известно, что при наезде на масляное пятно для восстановления сцепления подают песок под буксующее колесо. Представим модель такой подсыпки при следующих условиях: в интервал времени со $2c$ по $4,5c$ левое колесо локомотива наезжает на масляное пятно; с $4,5c$ по $6c$ условия для восстановления сцепления остаются на исходном уровне; на $6c$ импульсно со скважностью $0,1c$ четырехкратно подают песок под оба колеса. Подачи песка имитируется путем увеличения силы сцепления в 1,3 раза от силы сцепления исходного уровня.

При наезде на масляное пятно колеса электровоза (рис. 13) начинается процесс буксования; при этом ток якоря уменьшается с $850A$ до $720A$ (рис. 13, а). Относительная скорость скольжения ε увеличивается на порядок; сила сцепления к $4,5c$ левого колеса уменьшается скачком на 50%, а правого – скачком возрастает на 30% (рис. 13, в). После этого силы сцепления левого и правого колёс несколько возрастают до $2,2c$ и далее начинают плавно уменьшаться. В момент времени $4,3c$ эти силы становятся одинаковыми и продолжают дальнейшее медленное снижение. Суммарная сила сцепления $F_{сц}$ изменяется аналогично силе сцепления левого колеса, но на меньшие величины (рис. 13, г). Сила тяги с ростом ε уменьшается, но превышает $F_{сц}$, из-за чего происходит процесс буксования.

На шестой секунде происходит импульсная подача песка под колеса. В результате, $F_{сц}$ также начинает скачкообразно изменяться, но при этом наименьшие её значения оказываются ниже силы тяги и процесс буксования не прекращается. Только после четвёртого импульса подсыпки песка

наименьшее значение $F_{\text{сц}}$ оказывается выше, чем $F_{\text{к}}$ и процесс буксования прекращается.

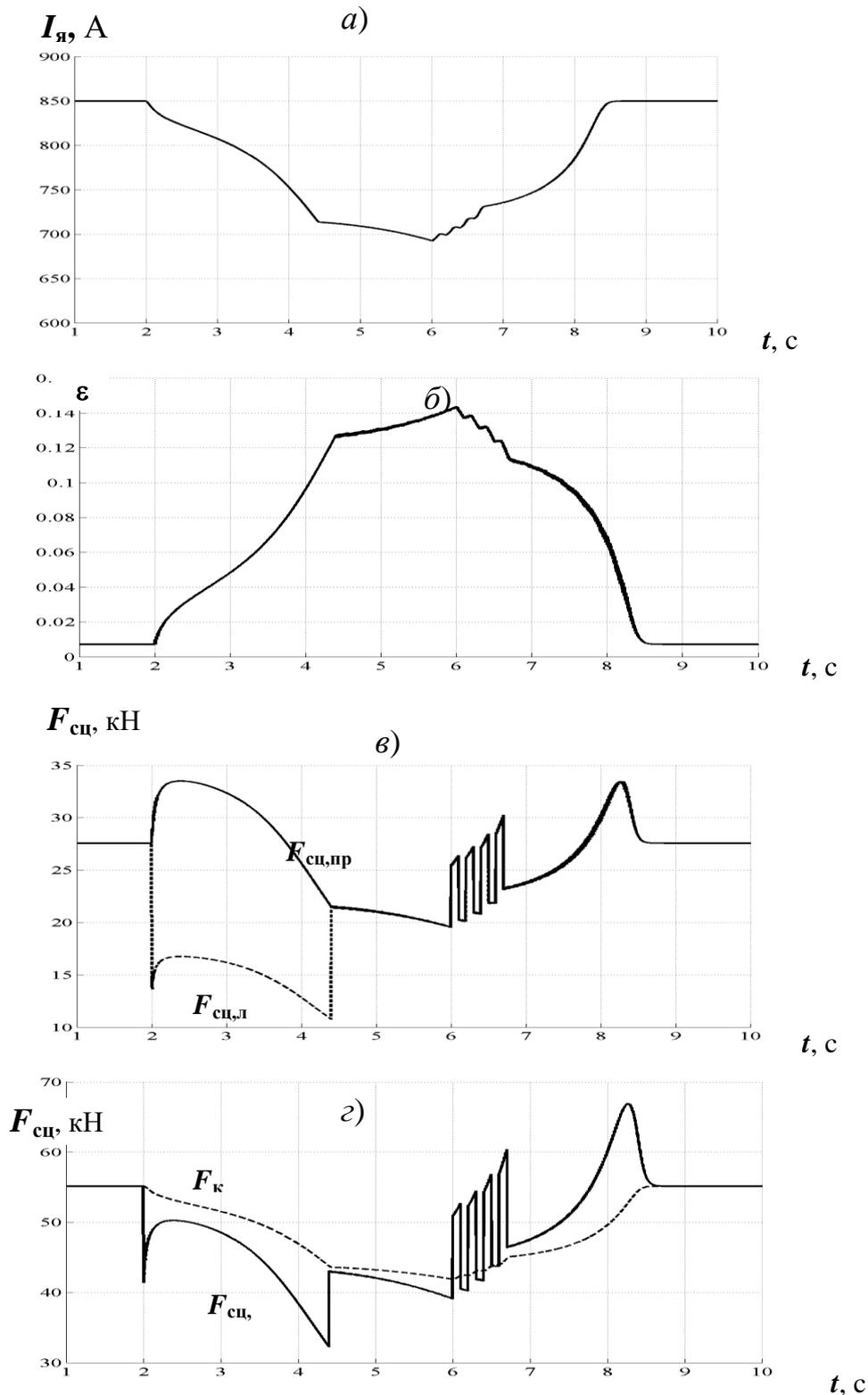


Рис. 13. Зависимости от времени при “наезде” левым колесом локомотива на масляное пятно в интервале 2 – 4,5с и подачи песка под левое колесо электровоза с двигателем последовательного возбуждения:
a – тока двигателя, *б*– относительной скорости скольжения, *в*– силы сцепления правого и левого колес; *г*– сила тяги и суммарной силы сцепления под обоими колесами

Скорость ε начинает уменьшаться, $F_{\text{сц}}$ – увеличиваться и в момент времени $8,5\text{с}$ эти величины достигают своих первоначальных значений. При этом ток двигателя и сила тяги увеличиваются и в момент времени $8,5\text{с}$ их величины также достигают своих первоначальных значений.

Приведенные результаты дают наглядное представление о электромагнитных, электромеханических и механических процессах, протекающих как в электродвигателях с различными системами возбуждения, так и непосредственно в пятне контакта колеса с рельсом.

Таким образом, предложенная модель взаимодействия колеса и рельса, основанная на использовании физических представлениях о несовершенствах кристаллической решётки металлов, обеспечивает адекватное описание процессов боковых колебаний рельсов экипажей, а также процессов срыва и восстановления сцепления локомотивов, тяговые двигатели которых могут иметь жёсткие – коллекторные двигатели последовательного возбуждения и мягкие тяговые характеристики – коллекторные двигатели независимого возбуждения и асинхронные тяговые двигатели.