



Руководство пользователя



Моделирование динамики плоской гранулярной среды

Оглавление

| | |
|--|-------------|
| 14. МОДУЛЬ ДЛЯ РАСЧЕТА ДИНАМИКИ БАЛЛАСТНОЙ СРЕДЫ В ПЛОСКОЙ ПОСТАНОВКЕ . | 1-3 |
| 14.1. ВВЕДЕНИЕ | 1-3 |
| 14.2. ТЕОРИЯ | 1-4 |
| 14.3. СОЗДАНИЕ МОДЕЛИ | 1-9 |
| 14.3.1. Программа ввода (UM Input) | 1-11 |
| 14.3.2. Программа моделирования (UM Simulation)..... | 1-12 |
| 14.3.2.1. Задание параметров жёсткого ящика | 1-13 |
| 14.3.2.2. Задание параметров гранулярной среды | 1-14 |
| 14.3.2.2.1. Геометрия частиц | 1-15 |
| 14.3.2.2.2. Геометрия гранулярной среды | 1-17 |
| 14.3.2.2.3. Настройка подачи частиц | 1-17 |
| 14.3.2.2.4. Задание параметров контактных сил | 1-18 |
| 14.3.2.2.5. Изменение начального положения частиц | 1-20 |
| 14.3.2.3. Параметры виброуплотнения в жестком ящике | 1-20 |
| 14.4. МОДЕЛИРОВАНИЕ | 1-20 |
| 14.4.1. Линейный анализ | 1-21 |
| 14.4.2. Моделирование во временной области | 1-21 |
| 14.4.2.1. Параметры интегратора..... | 1-21 |
| 14.4.2.2. Описание окна «Состояние балласта» | 1-22 |
| 14.4.2.3. XVA..... | 1-26 |
| 14.5. ПРИМЕРЫ..... | 1-27 |
| 14.5.1. Статистика геометрии частиц | 1-27 |
| 14.5.2. Варианты геометрии ящика | 1-30 |
| 14.5.2.1. Горизонтальная поверхность | 1-30 |
| 14.5.2.2. Горизонтальная поверхность с левой вертикальной стеной..... | 1-31 |
| 14.5.2.3. Ящик | 1-32 |
| СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ..... | 1-33 |

1. Модуль для расчета динамики балластной среды в плоской постановке

1.1. Введение

Модуль **Балласт** предназначен для исследования динамики плоской модели железнодорожного балласта (или любой другой гранулярной среды, схожей с ним). Модуль позволяет проводить исследование процессов формирования текстуры балластного слоя при работе путевых машин и решать вопросы оптимизации фракционного состава балласта, выходных параметров рабочих органов путевых машин и технологии их применения. Решаемые модулем задачи:

- заполнение балластом произвольного объема (жесткого ящика или объёма сложной формы заданного пользователем);
- определение собственных частот балласта;
- уплотнение балласта под действием вибраций жесткого ящика;
- моделирование взаимодействия балласта с другими объектами (шпалы, лопатки шпалоподбоек и т.д.).

В следующем разделе приведена краткая теоретическая информация по математическим моделям и методам, используемым при исследовании динамики балласта. Сюда входят:

- математическая модель сыпучей среды;
- модель контактного силового взаимодействия;
- алгоритм определения факта контакта двух многоугольников;
- особенности интегрирования жестких уравнений движения модели с использованием приближенных матриц Якоби.

Третий раздел посвящен созданию модели в программном комплексе. Здесь описана последовательность создания элементов типовой задачи в программе ввода (**UM Input**):

- создание подсистемы типа «Балласт»;
- создание фиктивного тела;
- особенности создание объектов, взаимодействующих с балластом; и программе интегрирования (**UM Simulation**):
- задание параметров жесткого ящика;
- задание параметров гранулярной среды;
- создание частиц гранулярной среды;
- задание параметров виброуплотнения.

В следующем разделе описаны рекомендуемые настройки интегратора, режимы моделирования и виды выходной информации, получаемой в ходе интегрирования уравнений движения системы.

Последний, пятый раздел описывает создание простейших примеров работы с модулем и ориентирующие оценки времени расчета задач.

1.2. Теория

Железнодорожный балласт – это, по сути, сыпучая среда. Существует несколько принципиально различных подходов к моделированию сыпучих сред. Основными из них являются:

- моделирование сыпучего тела как сплошной среды (например, с использованием МКЭ);
- твердотельная модель сыпучей среды (дискретная модель, состоящая из частиц-гранул, метод дискретных элементов (МДЭ)).

Первый подход ограничен в применении ввиду того, что не учитывает напрямую геометрию частиц балластного слоя. Однако второй подход требует значительно больших вычислительных затрат в обычной постановке. В модуле **UM Ballast** применяется второй подход (МДЭ), то есть балласт рассматривается, как дискретная гранулярная среда.

Обычно частицы гранулярной среды – это абсолютно твёрдые тела. Первым приближением такой гранулярной среды является система твердых сферических тел в пространстве или кругов в плоскости (2D). В литературе описано множество таких моделей, что объясняется простотой их реализации. Однако область применения подобных моделей весьма ограничена и, в основном, распространяется на моделирование жидкостей и порошков. Так, при моделировании железнодорожного балласта, необходимо, чтобы тела были представлены остроугольными частицами. Это объясняется тем, что поведение модели балласта в нагруженном состоянии не должно быть подобно поведению жидкости. Следующим приближением плоской модели сыпучей среды является система многоугольников. Расчет контакта многоугольников на порядок отличается по сложности и времени выполнения от аналогичного расчета для сфер. Частицы гранулярной среды в модуле «Балласт» являются многоугольниками.

Основными элементами математической модели гранулярной среды являются:

- модель системы частиц;
- модель контактных сил;
- алгоритм определения факта контакта;
- особенности интегрирования уравнений движения.

Перейдем к описанию математической модели гранулярной среды. Все тела (гранулы, частицы), входящие в систему, представлены плоскими многоугольниками. Контакт между телами возникает при пересечении границ тел и приводит к возникновению сил контактного взаимодействия. В плоской постановке каждое тело системы имеет три степени свободы. Положение i -й гранулы балласта однозначно определяется в любой момент времени по координатам центра масс x_{ci} , y_{ci} и по углу поворота ϕ_i . Таким образом, балластная среда, состоящая из N гранул, имеет $3N$ степеней свободы, а ее уравнения движения имеют следующий вид:

$$m_i \ddot{x}_{ci} = \sum_j F_{xij}^c,$$

$$m_i \ddot{y}_{ci} = -m_i g + \sum_j F_{yij}^c,$$

$$J_{zi}\ddot{\phi}_i = \sum_j m_z (F_{ij}^c).$$

Здесь m_i, J_{zi} – масса и момент инерции i -й частицы; F_{ij}^c – контактная сила, возникающая между i -й и j -й гранулами. Для простоты записи в уравнениях движения предполагается, что пара гранул контактирует только в одной точке. Матрица масс такой системы является диагональной. Ниже будет показано, что упрощение матрицы Якоби до блочно-диагональной ускоряет процесс интегрирования с незначительным ухудшением точности.

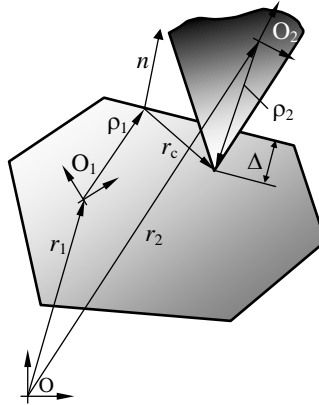


Рис. 1.1. Определение внедрения и его скорости

Рассмотрим математическую модель контактных сил, действующих между телами. В основе контактного взаимодействия положим модель, в соответствии с которой силы контактного взаимодействия возникают только в вершинах при их внедрении внутрь многоугольника, ограничивающего соседнюю гранулу. Величина силы контактного взаимодействия (точнее, ее нормальная составляющая) зависит от глубины внедрения Δ и скорости внедрения $\dot{\Delta}$. Внедрение Δ рассчитывается как минимальное расстояние от внедренной вершины до сторон многоугольника. При наличии острых углов в контурах многоугольников указанная модель может приводить к неверным результатам, поэтому острые углы “срезаются” в малых окрестностях вершин. Поскольку контактная сила зависит от расстояния между вершиной и одной из сторон многоугольника, назовем это взаимодействие контактом типа точка-прямая. По сути, это взаимодействие является частным случаем пространственного взаимодействия типа точка-плоскость [1], которое нашло широкое применение при моделировании динамики грузовых вагонов. Разложим контактную силу на две составляющие: нормальную реакцию N , перпендикулярную контактной прямой, и силу трения F , лежащую на этой прямой. Как и в случае контакта типа точка-плоскость, примем линейную вязкоупругую модель нормальной силы $N = -c\Delta - \mu\dot{\Delta}$ с постоянными коэффициентами контактной жесткости c и диссипации μ . В соответствии с рис. 1.1 внедрение определяется по формуле:

$$\Delta = n^T r_c, \quad r_c = r_2 + A_{02}\rho_2^2 - r_1 - A_{01}\rho_1^1.$$

Скорость внедрения вычисляется как производная по времени от этой величины:

$$\dot{\Delta} = n^T (v_2 + \tilde{\omega}_2 \rho_2 - v_1 - \tilde{\omega}_1 (\rho_1 + r_c)) = n^T v_{c12}.$$

В приведенных зависимостях n означает нормаль к контактной линии; r_1, r_2 – радиус-векторы центров масс первого тела (содержащего контактную точку) и второго тела (контактная плоскость); A_{01}, A_{02} – матрицы направляющих косинусов; p_1, p_2 – радиус-векторы контактной точки и точки прямой в локальных системах координат; v_{c12} – вектор относительной скорости точки второго тела.

Модель силы трения имеет два режима: скольжение и сцепление. В режиме скольжения сила трения направлена против проекции относительной скорости скольжения на контактную прямую и равна

$$F_f = -fN(e_s^T v_{c12})e_s,$$

где f – коэффициент трения скольжения; e_s – орт, направленный по контактной прямой. Режим сцепления, а также условие перехода между режимами трения описаны в работе [1]. Коэффициенты жесткости c и диссипации μ в выражениях для нормальной силы N могут быть или непосредственно заданы или определяются, исходя из введенной парциальной контактной частоты k_c и доли демпфирования β . Выражения, связывающие все эти параметры, получаются при решении задачи упрощенного контакта двух соседних гранул (рис. 1.2)

$$c = \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2} k_c^2; \quad \mu = 2\beta \sqrt{c \frac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}}.$$

Конкретное значение парциальной частоты выбирается таким образом, чтобы собственные частоты балласта были выше частоты виброуплотнения. Далее рассмотрим алгоритм определения факта контакта.

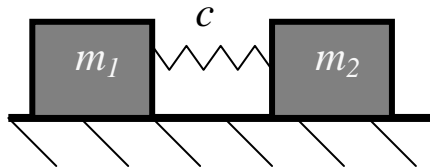


Рис. 1.2. Задача для определения контактной жесткости и диссипации по заданным контактной частоте и доле демпфирования.

В существующих алгоритмах пересечения (контакта, наложения) геометрических фигур почти всегда задача разбивается на две самостоятельные части: определение контакта оболочек, описанных около фигур (так называемый “дальний” контакт) и уточнение контакта с учетом реальной геометрии (“ближний” контакт). В свою очередь, эти две задачи тоже решаются несколькими способами, в зависимости от области применения. Для “дальнего” контакта многоугольников, например, можно выбрать оболочку в виде окружности, и тогда определение пересечения оболочек сводится к проверке условия $\|r_i - r_j\| \leq R_i + R_j$, где R_i, R_j, r_i, r_j – радиусы и радиусы-векторы центров оболочек. Основным недостатком этого метода является необходимость проверки этого условия на каждом шаге для каждой пары тел, то есть сложность метода – квадратична по числу тел. Метод связанных линейных списков (Linked Linear List, [2]) является значительно более быстрым и

линейным по числу тел. Суть метода состоит в следующем. Сначала вокруг каждой частицы описывается прямоугольник возможно меньшей площади, стороны которого параллельны осям инерциальной системы координат (СК0).

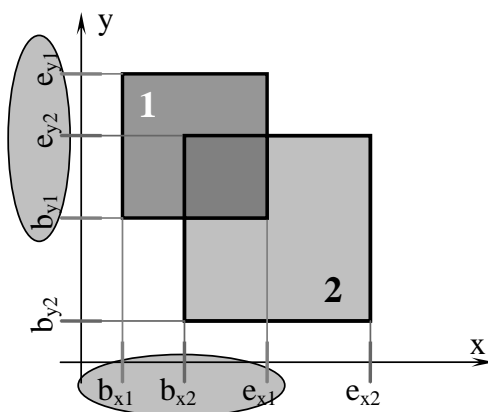


Рис. 1.3. Иллюстрация к методу связанных линейных списков.

Такая оболочка задается четырьмя параметрами (в плоском случае): начало b_{xi} и конец e_{xi} по оси x , начало b_{yi} и конец e_{yi} по оси y . Далее для каждой оси составляется упорядоченный список координат границ оболочек. Если хотя бы одна из границ одного тела лежит внутри границ другого для каждой оси, то оболочки этих тел пересекаются и возможен “ближний” контакт. На каждом шаге интегрирования списки сортируются по координатам границ. Если две каких-либо границы в списке поменялись местами, то возможны следующие варианты событий: 1) начало одной оболочки поменялось с началом другой, 2) конец одной оболочки – с началом другой, 3) конец одной оболочки – с концом другой и 4) начало одной оболочки – с концом другой. Первый и третий случаи отбрасываются, так как не несут никакой полезной информации. Второй случай означает возможность появления нового контакта, что проверяется по списку для другой оси. Если контакт подтверждается, пара тел проверяется на ближний контакт. Четвертый случай говорит о том, что если данные тела контактировали на предыдущем шаге, то на этом шаге они вышли из контакта и эту пару проверять на ближний контакт нет смысла.

Для определения “ближнего” контакта, т.е. касания (пресечения) многоугольников, также существует несколько методов. Рассмотрим два алгоритма являющихся одними из быстрых. Первый из них – алгоритм Лина-Кенни (Lin-Canny, [3]), основанный на использовании так называемых областей Воронова. Этот метод позволяет эффективно определять расстояние между многоугольниками. К сожалению, применение данного алгоритма эффективно только в случае выпуклых многоугольников и не может использоваться для определения факта пересечения многоугольников. Поэтому он идеально подходит для моделей контактных сил на основе классической теории удара небольшого числа тел. Другой метод определяет факт попадания точки внутрь многоугольника по четности числа пересечений луча, проходящего через вершину со сторонами многоугольника. Его описание можно найти в [2]. Однако, наряду с определением факта попадания точки внутрь многоугольника, требуется определение внедрения Δ , чего этот метод дать не может. В

данной работе предлагается альтернативный алгоритм, являющийся, на наш взгляд, также быстрым.

Суть алгоритма состоит в следующем: два многоугольника пересекаются, если хотя бы одна вершина первого из них лежит в области чувствительности второго, или наоборот. Заметим, что пара многоугольников на рис. 1.4 будут считаться непересекающимися, так как их все вершины находятся во вне.

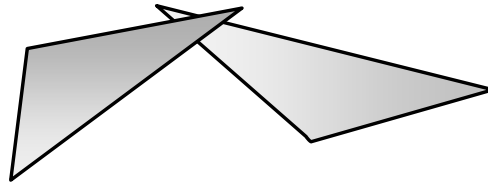


Рис. 1.4. Частный случай пересечения многоугольников.

Но:

- (1) В задачах моделирования динамики железнодорожного балласта материал частиц имеет относительно большой модуль упругости. Значит, величины взаимного внедрения частиц будут невелики.
- (2) Кроме того, выше было описано, что острые углы «срезаются».

Все это позволяет использовать алгоритм для адекватного моделирования сыпучей среды. Назовем предлагаемый алгоритм методом зон чувствительности. Введем нумерацию вершин в порядке обхода многоугольника против часовой стрелки. Перед началом моделирования для каждого многоугольника создается массив данных, имеющий длину, равную числу вершин n_v . Каждый элемент массива с номером i содержит (рис. 1.5): радиус-вектор вершины относительно центра масс тела ρ_i , единичный вектор, направленный вдоль стороны многоугольника e_i к вершине v_{i+1} ($v_{n_v+1} \equiv v_1$), вектор наружной биссектрисы прилегающего угла b_i , глубина зоны чувствительности соседней стороны δ (эмпирическая величина – некоторая доля радиуса описанной около многоугольника окружности), длина присоединенной стороны l_i . Зона чувствительности образуется: 1) самой стороной, 2) прямой, параллельной стороне и лежащей “внутри” многоугольника на расстоянии глубины чувствительности, и 3) парой биссектрис соседних к стороне углов.

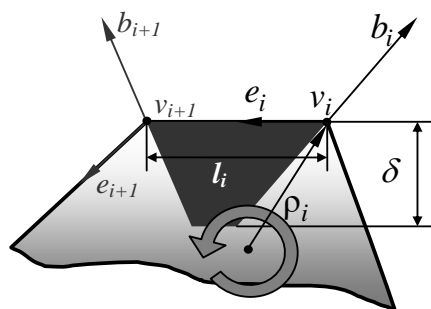
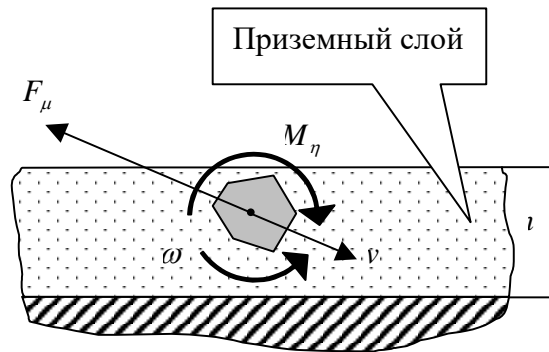


Рис. 1.5. Зона чувствительности стороны v_i и ее параметры.

Для проверки попадания точки в зону чувствительности рассчитываются ориентированные расстояния от вершины до её границ.

При формировании балластной призмы балласт насыпается на грунт или песок. Для учета взаимодействия частиц балластного слоя с основанием балластной призмы применяется так называемый приземный слой.



Параметрами модели приземного слоя является его высота (h) и коэффициенты демпфирования. Математическая модель основания балласта или приземного слоя очень проста: в случае попадания частицы в приземный слой (центр тяжести частицы ниже верхней границы приземного слоя) на нее начинает действовать сила вязкого трения и момент сил вязкого трения:

$$F_\mu = -\mu v;$$

$$M_\eta = -\eta \omega;$$

где μ - коэффициент вязкого трения, v - вектор скорости рассматриваемой частицы балласта, η - коэффициент вязкого углового трения, ω - угловая скорость частицы. То есть, на частицу, движущуюся по основанию, действуют: сила тяжести, нормальные контактные силы, силы сухого трения в контакте и силы (+момент) вязкого сопротивления.

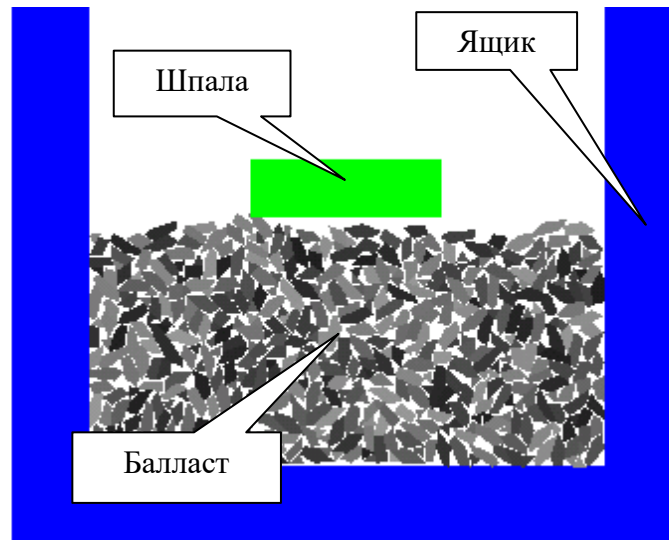
Уравнения движения таких систем, как железнодорожный балласт, являются жесткими, поэтому для их интегрирования используются неявные численные методы. Эти методы требуют вычисления матриц Якоби правых частей уравнений движения системы (в данном случае имеются в виду матрицы Якоби контактных силовых элементов). Для гранулярных систем профили матриц Якоби получаются слишком широкими для эффективной работы методов интегрирования. Использование приближенных, блочно-диагональных матриц Якоби при интегрировании уравнений движения системы увеличивает производительность при сохранении достаточной точности [4] [5] [6].

1.3. Создание модели

Модель состоит из самой сыпучей среды и емкости для нее, которую будем называть жестким ящиком. Эти объекты объединены в подсистему типа **Балласт**. Тела, принадлежащие главному объекту, могут взаимодействовать с телами этой подсистемы. А вот взаимодействие с элементами других подсистем запрещено.

Подсистема **Балласт** является динамической. Это означает, что тела-частицы и шарниры для них создаются в программе интегрирования (**UM Simulation**). И, хотя подсистема должна быть добавлена к модели в программе ввода (**UM Input**), затем, после задания параметров жесткого ящика, гранулярной среды и т.д., динамически создаются тела ча-

стиц в программе интегрирования (**UM Simulation**). Эта особенность позволяет генерировать различные варианты балластной среды, не выходя из программы интегрирования.



План создания модели балласта выглядит так:

(1) в программе ввода **UM Input**:


- создать новую модель в программе ввода;
- создать подсистему типа **Балласт**;
- создать фиктивное тело или тела, взаимодействующие с балластом (+шарниры и т.д.);
- создать динамическую библиотеку уравнений движения системы;

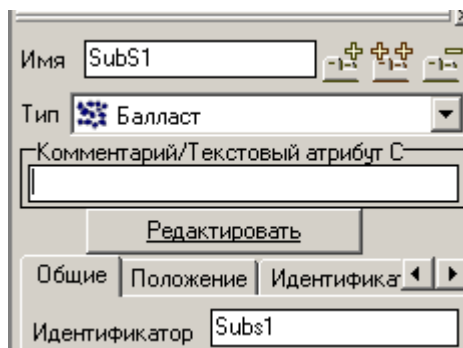
(2) в интеграторе **UM Simulation**:


- задать параметры жесткого ящика;
- задать параметры гранулярной среды;
- сгенерировать подсистему **Балласт**.

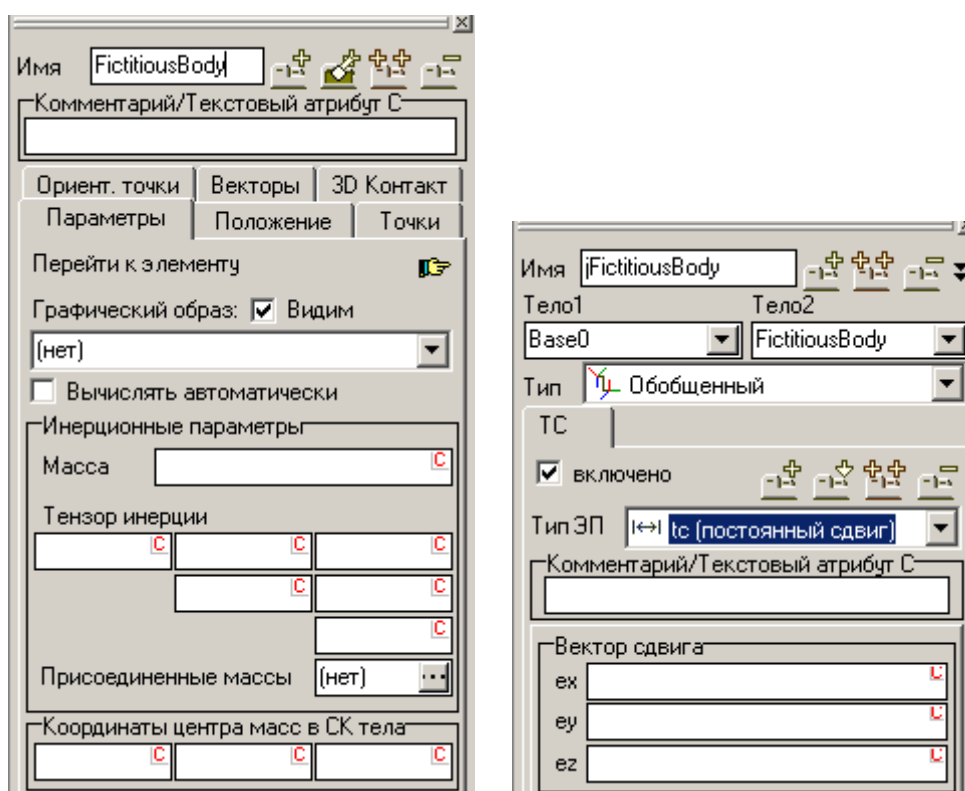
Далее идёт подробное описание вышеуказанных пунктов.

1.3.1. Программа ввода (UM Input)

Запустите программу ввода **UM Input**. Перейдите на элемент **Подсистемы** списка элементов и добавьте новую подсистему (кнопка ). Выберите тип подсистемы – **Балласт**.

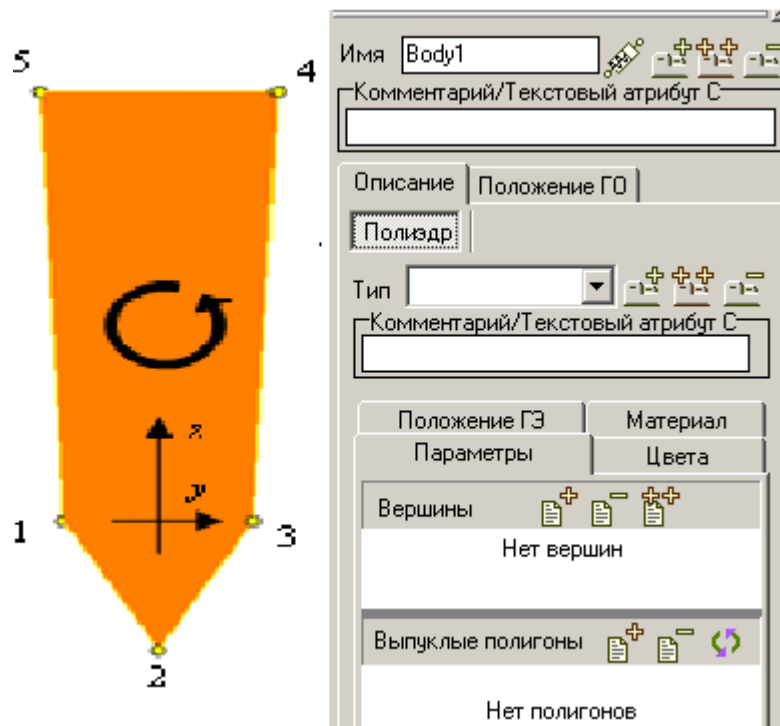


Синтез уравнений движения возможен только при наличии в модели хотя бы одного тела. Подсистема **SubS1** пока пустая. Поэтому её нужно дополнить фиктивным телом (не всегда, см. ниже). Для его создания переходим на элемент Тела списка элементов и нажимаем кнопку . Переименовываем его в **FictitiousBody** и связываем шарниром обобщенного типа с базой. Достаточно, чтобы этот шарнир имел одно элементарное преобразование типа **ТС**.




Необходимость в фиктивном теле отпадает, если в задаче (в основной системе, но не в подсистемах) есть тела, взаимодействующие с балластом (шпалы, рабочие органы и т.д.). Рассмотрим особенности создания графических образов этих тел.







Модель контактного взаимодействия частиц с окружающими объектами – это модель контакта многоугольников. Поэтому графический образ, взаимодействующего с гранулярной средой объекта, должен иметь первый графический элемент типа **Полиэдр**. Кроме того, обход вершин у этого полиэдра должен быть правым. То есть точки задаются против часовой стрелки. На рисунке ниже представлен пример правильно описанного полиэдра, входящего в состав графического объекта **Body1**.




На этом работа в программе ввода заканчивается. Переходим в программу интегратор.

1.3.2. Программа моделирования (UM Simulation)

Все настройки и параметры балласта и жесткого ящика находятся на диалоге **Параметры балласта**, который вызывается нажатием кнопки  панели инструментов **Балласт**. Управление видимостью этой панели осуществляется через пункт меню **Инструменты | Панели инструментов** или через контекстное меню панели инструментов. Диалог состоит из панели инструментов и четырех закладок. Панель инструментов диалога содержит следующие кнопки:

-  – Динамическое создание среды. Используется после указания всех параметров. Нажатием этой кнопки создаются тела частиц, их шарниры, осуществляется расстановка частиц, создаются тела жесткого ящика и их шарниры.
-  – Добавить частицы.
-  – Дубль кнопки вызова **Инспектора моделирования** с панели инструментов **Моделирование**. Обычно используется после нажатия предыдущее кнопки.
-  – Прочитать файл параметров балласта *.blt.
-  – Записать параметры балласта в файл.
-  – Записать параметры балласта в файл с новым именем.

-  – Вызов диалога **Состояние балласта**. Он используется для получения дополнительной информации о состоянии балласта при моделировании (см. п. 1.4.2.2. "Описание окна «Состояние балласта»", с. 1-22).

Параметры подсистемы **Балласт** сгруппированы на закладках диалога:

- **Физика контакта;**
- **Бокс;**
- **Заполнение;**
- **Уплотнение;**
- **Дополнительно.**

Обычно порядок задания этих параметров выглядит так:

- (1) параметры жесткого ящика;
- (2) геометрические параметры гранул;
- (3) параметры начального положения гранулярной среды;
- (4) параметры виброуплотнения (если есть необходимость).

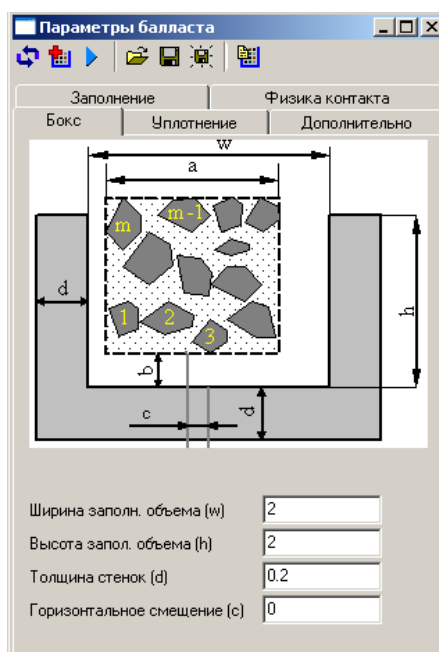


Рис. 1.6. Диалог Параметры балласта

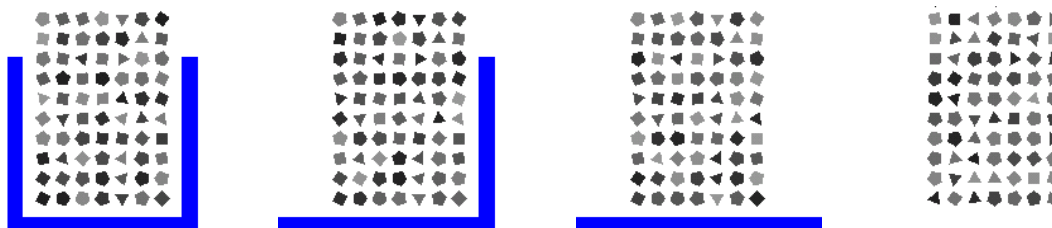
1.3.2.1. Задание параметров жёсткого ящика

Ящик для заполнения (жесткий ящик, бокс) состоит из трех тел: левой и правой стенки, и дна. Параметры ящика сгруппированы в геометрические (рис. 1.6) и параметры приземного слоя.

Геометрические параметры:

- ширина заполняемого объема, м;
- высота заполняемого объема, м;
- толщина стенок, м;
- горизонтальное смещение, м.

С помощью последнего параметра **Горизонтальное смещение (с)** и параметров геометрии среды можно получать различные конфигурации начального положения балласта относительно ящика.



Математическая модель приземного слоя (ПС) описана в п. 1.2. *"Теория"*, с. 1-4. В параметры приземного слоя входят:

- вязкость ПС, кг/с
- угловая вязкость ПС, кг·м/с
- высота вязкого слоя ПС, м.

Поля этих параметров доступны на закладке **Физика контакта** диалога **Параметры балласта**.

| | |
|---------------------------|-----------------------------------|
| Вязкость приземного слоя | <input type="text" value="7.5"/> |
| Угловая вязкость пр. слоя | <input type="text" value="1.3"/> |
| Высота вязкого слоя | <input type="text" value="0.04"/> |

Все вышеописанные параметры не могут быть заданы параметрически.

1.3.2.2. Задание параметров гранулярной среды

Дискретная модель сыпучей (гранулярной) среды представляет собой набор абсолютно твердых частиц. Частицы взаимодействуют между собой и с остальными телами через контактные силы (см. [Глава 2](#), п. *Контактные силы*). Параметры сыпучей среды можно разбить на группы:

- геометрические параметры частицы;
- геометрические параметры среды;
- параметры подачи частиц;
- физические параметры взаимодействия частиц между собой;

Все они задаются на закладках диалога **Параметры балласта**.

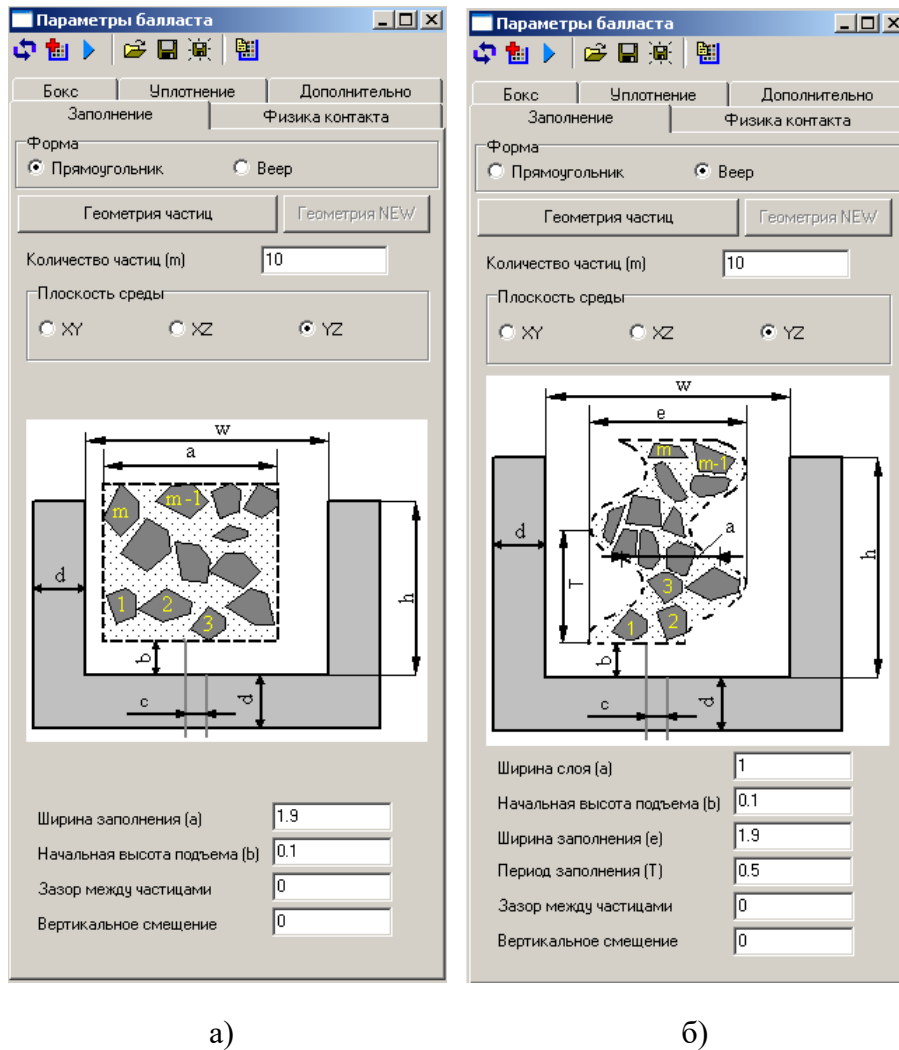


Рис. 1.7. Закладка **Заполнение**

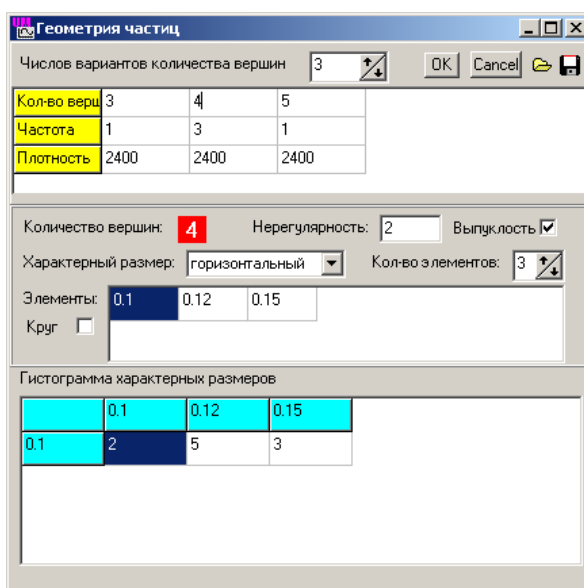
Как было сказано выше, модель сыпучей среды – плоская. Поэтому сначала нужно выбрать плоскость, в которой будет располагаться подсистема **Балласт**. По умолчанию установлена плоскость **YZ**. При моделировании продольного взаимодействия сыпучего груза и кузова железнодорожного экипажа (например, при соударении вагонов) нужно установить эту плоскость в **XZ**.



1.3.2.2.1. Геометрия частиц

Диалог **Геометрия частиц** позволяет задать статистику геометрических параметров частиц гранулярной среды. Этот диалог вызывается нажатием кнопки **Геометрия частиц**, которая находится на закладке **Заполнение** диалога **Параметры балласта**. Порядок задания параметров таков:

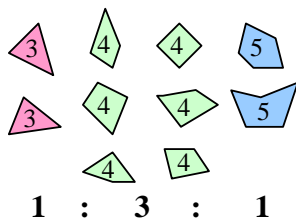
- Задание числа разных по количеству вершин видов частиц (**Число вариантов количества вершин**). Например, если гранулярная среда состоит только из треугольников, то это число равно 1. Если кроме треугольников есть еще и четырехугольники, то число вариантов количества вершин равно 2 и т.д. Для каждого варианта количества вершин задается плотность материала фракции в кг/м^3 .

- Задание гистограммы распределения частиц по числу вершин. Чтобы задать эту гистограмму, нужно заполнить поля таблицы **Количество вершин/Частота**. **Число вариантов количества вершин** (см. выше) – это число столбцов этой таблицы. Верхняя строка таблицы – это количество вершин, нижняя – частота появления частицы с соответствующим количеством вершин в генерируемой гранулярной среде. На рисунке представлен случай, когда гранулярная среда будет состоять на одну пятую из треугольников, на три пятых из четырехугольников и на одну пятую из пятиугольников.
- Задание гистограммы характерных размеров. Эта гистограмма показывает распределение частиц с соответствующим количеством вершин по характерным размерам. Строка на которой находится ячейка соответствует вертикальному характерному размеру, столбец – горизонтальному. Значения вероятностей в ячейке – это доля частиц с соответствующими характерными размерами. Таблица **Элементы**, поле ввода **Количество элементов** и **Характерный размер** позволяют редактировать сочетания характерных размеров. Количество вершин указывает на многоугольник, распределение характерных размеров которого редактируется в данный момент.
- Задание выпуклости. Флажок **Выпуклость** отвечает за возможность генерации невыпуклой частицы с соответствующим количеством вершин.
- Если фракция состоит из круглых частиц, нужно установить флажок **Круг**.
- Задание нерегулярности формы частиц. Этот параметр определяет, как близка будет форма частицы к правильной (0 – правильная форма, 1 – близка к правильной и т.д.).

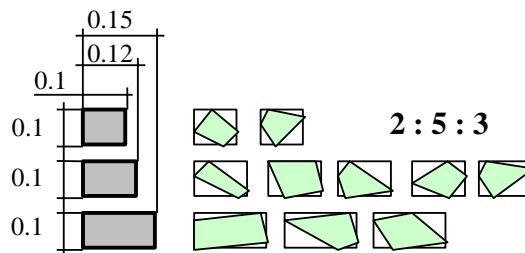
Рис. 1.8. Диалог **Геометрия частиц**

Для сохранения параметров статистики геометрии частиц в файл используйте кнопку . Файл статистики геометрии частиц балласта имеет расширение bst. Используя кнопку  можно загрузить созданные ранее файлы статистики. После задания параметров статистики геометрии частиц примите (кнопка **ОК**) или отклоните (кнопка **Cancel**) изменения. Рисунок, поясняющий значение параметров диалога **Геометрия частиц** на рис. 1.8, представлен ниже.

| | | | |
|--------------|---|---|---|
| Коль-во верц | 3 | 4 | 5 |
| Частота | 1 | 3 | 1 |



| | | | |
|-----|-----|------|------|
| | 0.1 | 0.12 | 0.15 |
| 0.1 | 2 | 5 | 3 |



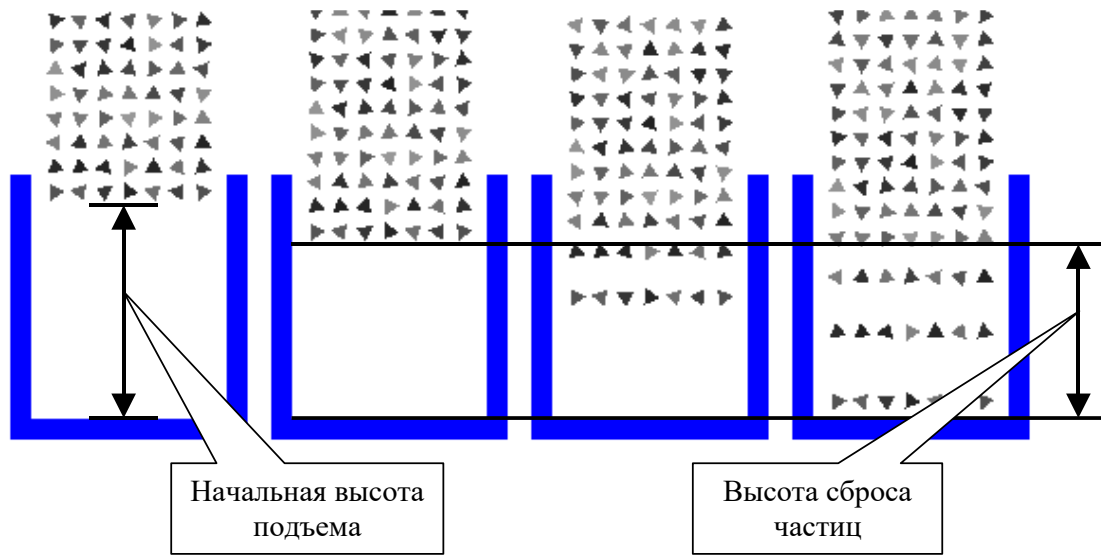
1.3.2.2.2. Геометрия гранулярной среды

Начальное положение и форма гранулярной среды задаются на закладке **Заполнение**. Начальная форма гранулярной среды может быть прямоугольной и веерной. Она контролируется элементом управления **Форма** (см. рис. 1.7). Прямоугольная форма задается двумя параметрами, шириной и начальной высотой подъема (расстояние от дна ящика до первого ряда частиц балласта). Веерная форма, помимо ширины и начальной высоты, задается еще шириной заполнения и длиной волны. Все параметры представлены на поясняющих рисунках закладки **Заполнение**, см. рис. 1.7.

По этим параметрам и по параметрам статистики геометрии частиц балласта осуществляется начальная расстановка частиц, исключая перекрытие частиц между собой.

1.3.2.2.3. Настройка подачи частиц

Предварительным этапом работы с гранулярной средой является заполнение какого-либо объёма. В некоторых задачах частиц так много, что верхние их слои находятся довольно высоко. И, так как заполнение происходит под действием силы тяжести, частицы этих слоёв сильно разгоняются прежде чем упасть. И, как результат, серия ударов, заметно увеличивающая время расчёта. Для предотвращения разгона частиц необходимо использовать параметры настройки подачи частиц, которые находятся на закладке **Физика контакта**, см. рис. 1.9. Сила тяжести начинает действовать на частицу, если её z-координата меньше **Высоты сброса частиц**. Смысл параметра **Начальная скорость частиц** понятен из его названия. Рисунок, поясняющий настройку подачи, смотрите ниже.



1.3.2.2.4. Задание параметров контактных сил

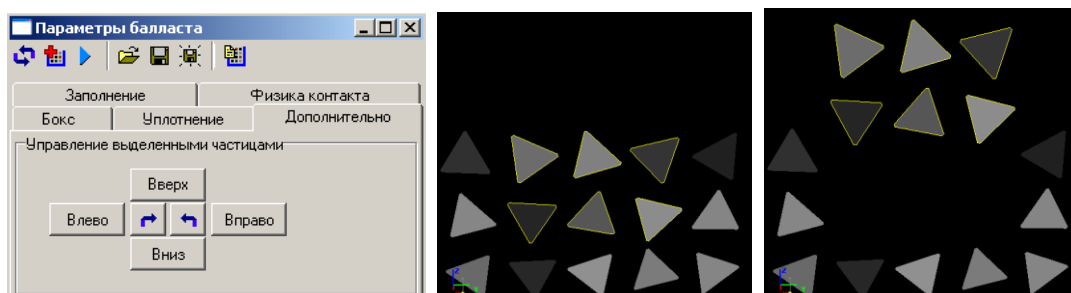
При пересечении форм двух частиц возникают контактные силы. Каждая частица имеет форму многоугольника, поэтому рассматривается контакт вершины одного многоугольника со стороной другого (см. п. 1.2. "Теория", с. 1-4). Нормальная контактная сила линейно зависит от внедрения и его скорости. Коэффициенты жесткости, демпфирования и коэффициенты трения задаются на закладке **Физика контакта**, см. рис. 1.9. Коэффициенты трения – это параметр, задаваемый для какого-либо контакта, то есть для пары тел. Есть возможность задать различные коэффициенты для пар частица-вертикальная стена, частица-горизонтальная стена, частица-шпала (любой внешний объект) и частица-частица. Кроме того, для пары частица-частица существует два способа задания физических параметров контакта: **Автоматически** и **Вручную**. Способ **Вручную** позволяет ввести коэффициенты жесткости и диссипации вручную, а способ **Автоматически** рассчитывает их по введенной контактной частоте и доле демпфирования от критического, см. рис. 1.2.

| | | | |
|---------------------------|--------------------------------------|-------|------------|
| Заполнение | Физика контакта | Бокс | Уплотнение |
| Высота сброса частиц | <input type="text" value="5"/> | | |
| Начальная скорость частиц | <input type="text" value="1"/> | | |
| Вязкость приземного слоя | <input type="text" value="0"/> | | |
| Угловая вязкость пр. слоя | <input type="text" value="0"/> | | |
| Высота вязкого слоя | <input type="text" value="0"/> | | |
| Вертикальная стена | | | |
| Горизонтальная стена | Частица | Шпала | |
| Коэфф. жесткости | <input type="text" value="1000000"/> | | |
| Коэфф. диссипации | <input type="text" value="4000"/> | | |
| Коэфф. трения скольжения | <input type="text" value="0.25"/> | | |
| Коэфф. трения покоя | <input type="text" value="0.25"/> | | |

Рис. 1.9. Физические параметры контакта

1.3.2.2.5. Изменение начального положения частиц

При моделировании возникают ситуации, когда необходимо интерактивно менять положения частиц (группа частиц вылетает за пределы жесткого ящика). В этом случае нужно использовать инструмент **Управление выделенными частицами** на закладке **Дополнительно**.



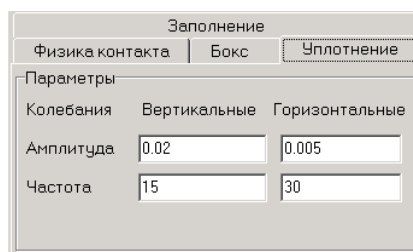
Кнопками этого инструмента перемещаются только выделенные частицы. Чтобы выделить частицу, нужно щелкнуть над ним левой кнопкой мыши с прижатой клавишей **Shift**. Это же действие убирает выделение. На рисунке выше показан пример использования кнопки **Вверх** для шести выделенных частиц.

1.3.2.3. Параметры виброуплотнения в жестком ящике

В некоторых задачах основное исследование проводится на уплотнённой гранулярной среде. Чтобы получить такую среду используются следующие параметры уплотнения:

- амплитуды колебаний, м;
- частоты колебаний, Гц.

Параметры находятся на закладке **Уплотнение**:




Закон движения ящика имеет вид $A \cdot \sin(\omega t)$. Установив нулевую частоту ω или амплитуду A одного из колебаний можно получить различные варианты виброуплотнения: горизонтальные (нулевая частота и/или амплитуда вертикальных колебаний), вертикальные (нулевая частота и/или амплитуда горизонтальных колебаний), комбинированные. Если виброуплотнение не нужно использовать, все частоты и амплитуды должны быть нулевыми.

1.4. Моделирование

Исследование динамики балласта состоит из следующих этапов:

- Моделирование процесса заполнения балластом жесткого ящика (или другого объема, заданного пользователем).
- Исследование балласта в частотной области для определения частот собственных колебаний. Для исключения резонансных процессов при виброуплотнении, необходимо, чтобы контактные частоты были выше собственных. Если эта проверка прошла успешно, можно переходить к следующему этапу.
- Моделирование виброуплотнений в жестком ящике.
- Моделирование воздействия внешних объектов на балласт (например, эксперимент по определению вертикальной и горизонтальной жесткости, где внешний объект - шпала).

1.4.1. Линейный анализ

Провести линейный анализ позволяет диалог **Линейный анализ**, который появляется при нажатии кнопки  панели инструментов интегратора. Расчет собственных частот происходит при переключении на закладку **Частоты**. Собственные частоты отсортированы по возрастанию. Линейный анализ имеет смысл проводить для моделей в которых балласт находится в равновесии, то есть после стадии заполнения.

1.4.2. Моделирование во временной области

При исследовании динамики балласта существует три стадии моделирования:

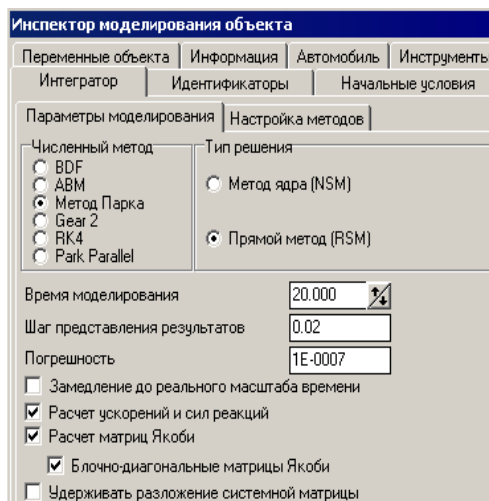
- заполнение балластом жесткого ящика или другой емкости, определенной пользователем;
- моделирование виброуплотнения балласта стенками жесткого ящика;
- моделирование взаимодействия балласта с различными внешними объектами, например, подбивка балласта лопатками шпалоподбоек;

Порядок стадий менять нельзя, так как, конечное положение среды в первой стадии является начальным положением для моделирования второй стадии, и т.д.

Перед началом моделирования в любом режиме следует настроить параметры интегратора и набор выходных данных. Если необходимо, нужно указать имя XVA-файла для записи данных процесса интегрирования. Эти файлы удобно использовать для создания анимационных роликов и просмотра результатов моделирования в режиме реального времени (и быстрее), подробнее см. п. 1.4.2.3. "XVA", с. 1-26.


1.4.2.1. Параметры интегратора

Уравнения движения гранулярной среды являются жесткими, поэтому без использования неявных методов интегрирования с расчетом матриц Якоби моделирование динамики балласта невозможно. Рекомендуемые параметры интегратора представлены на рисунке ниже.

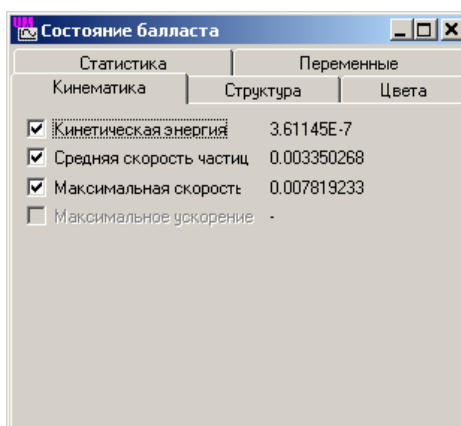


Замечание: В задачах с большим числом частиц интегрирование уравнений движения системы невозможно без вычисления приближенных блочно-диагональных матриц Якоби.

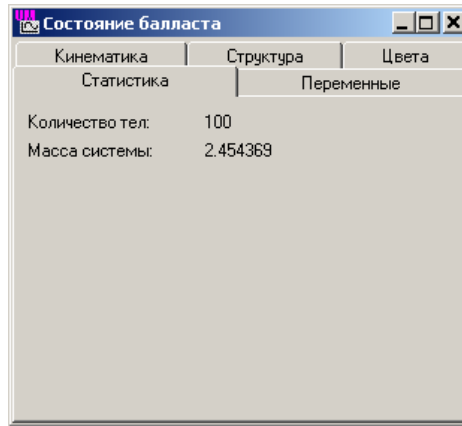
1.4.2.2. Описание окна «Состояние балласта»

Кроме основных выходных данных механической системы (осциллограммы кинематики движения частиц и т.д.), есть возможность выводить характерные для сыпучих сред параметры. Они доступны в окне **Состояние балласта**. Окно вызывается нажатием кнопки  панели инструментов диалога **Параметры балласта** и содержит следующие закладки:

- **Кинематика.** На этой закладке представлены кинематические параметры гранулярной среды. Эта информация может быть использована для определения момента времени окончания заполнения балластом жесткого ящика.



- **Статистика.** Здесь представлены различные интегральные параметры гранулярной среды.



- Структура.** Представлены параметры, связанные с оценкой компактности гранулярной среды (глобальная и локальная пористости) и параметры, характеризующие качество виброуплотнения: осадка балласта, верхний средний уровень балласта. Некоторые из этих параметров графически проиллюстрированы в анимационном окне.

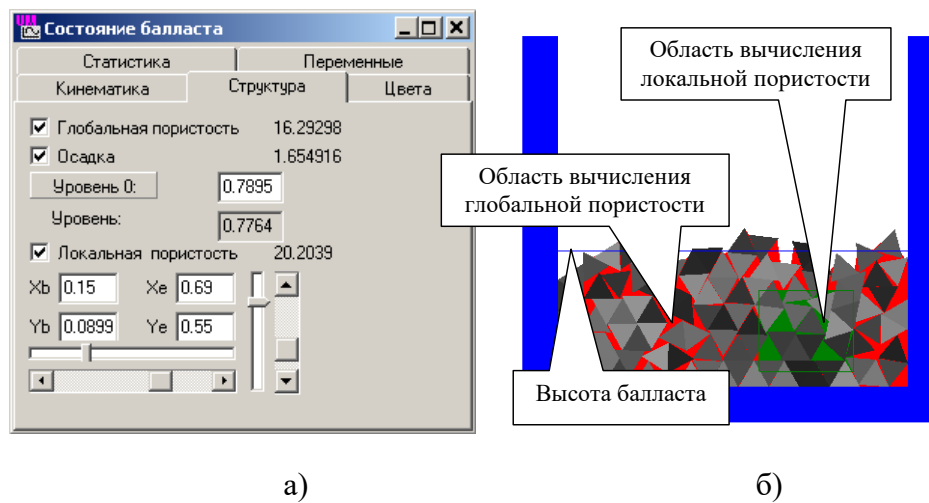


Рис. 1.10. Информация о структуре балласта: а) закладка **Структура**; б) графическое представление некоторых параметров.

Пористость – это доля незаполненного пространства в процентах. В плоском случае пористость равна:

$$\zeta = \frac{S_0}{S} = \frac{S - S_1}{S},$$

где S_0 – суммарная площадь пустот, S_1 – суммарная площадь частиц, S – площадь, занимаемая гранулярной средой. При расчете локальной пористости рассматривают прямоугольный фрагмент гранулярной среды. Глобальная пористость определяется для всей среды. Расчет пористостей управляется соответствующими флажками. Кроме того, для локальной пористости необходимо указать прямоугольную рабочую область. Это можно сделать как ползунками положения и размеров области, так и задать вручную через поля ввода **Xb**, **Xe**, **Yb**, **Ye**. Область, занимаемая гранулярной средой, в анимационном окне обозначена красной заливкой. Там же зеленым цветом обозначена рабочая область для локальной пористости (S для локальной пористости). Параметр **Усадка** имеет размер-

ность процентов и показывает, как уменьшилась средняя высота области, заполненной балластом (высота балласта). Усадка вычисляется так:

$$\xi = \frac{H_0 - H}{H_0}$$

где H_0 – начальная высота балласта, H – текущая высота балласта.

Замечание: Значения описанных здесь величин не имеют смысла в режиме заполнения балласта.

- Цвета

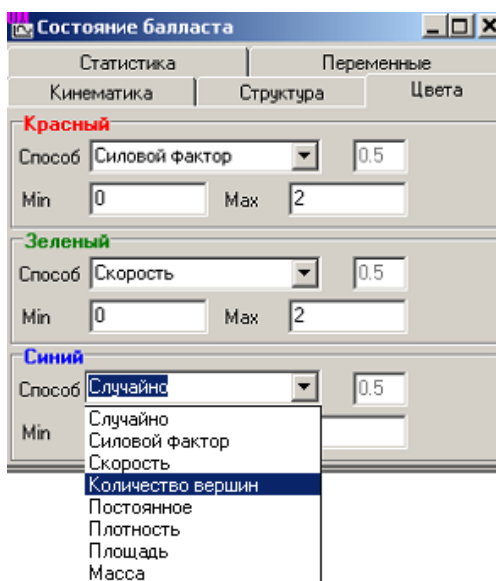


Рис. 1.11. Закладка Цвета.

Помимо числовых выходных данных, модуль позволяет получить изображение распределения таких параметров балласта, как: силовой фактор (нагруженность) частицы, скорость центра масс частицы, количество вершин и т.д. Все три цветовых канала (RGB) независимы между собой. Это означает, что, например, настроив красный канал на скорость частиц, а зеленый на нагруженность получим, что ненагруженные частицы с большой скоростью окрашены в красный цвет, нагруженные неподвижные частицы – в зеленый, а нагруженные быстрые частицы – в желтый (смешение красного и зеленого). Как представлено на рисунке выше, каждый цветовой канал также может быть задан константой или случайно выбранным при создании балласта числом.

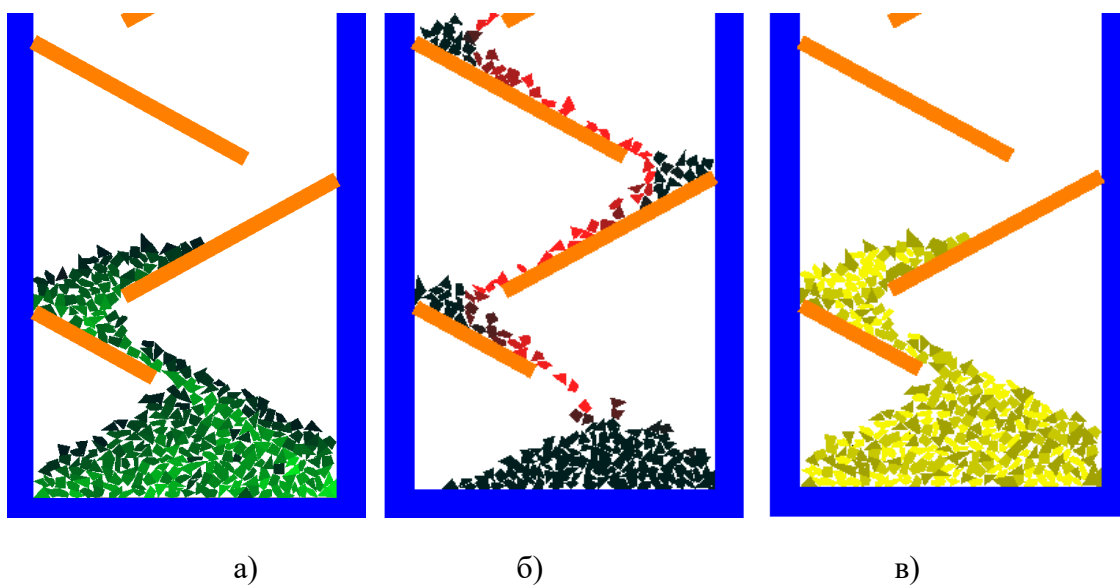


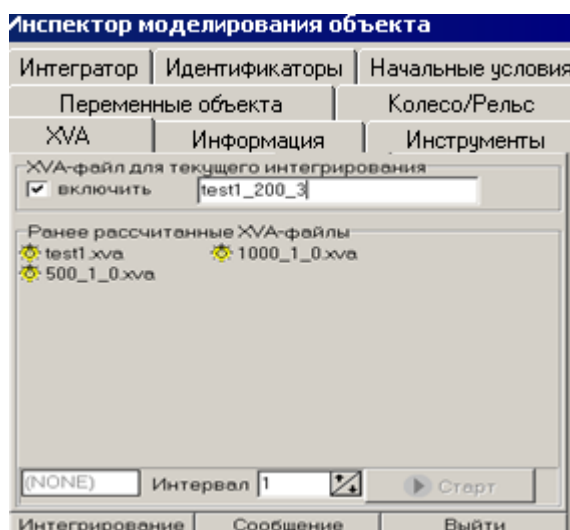
Рис. 1.12. Варианты раскраски частиц в зависимости: а) от нагруженности; б) от скорости центра масс; в) от количества вершин.

1.4.2.3. XVA

В таких задачах, как моделирование железнодорожного балласта, где количество тел может быть очень велико, а уравнения движения системы – жесткие, шаг интегрирования достаточно мал, а длительность расчёта шага велика. Поэтому расчёты занимают часы, а то и дни. Параллельно с интегрированием уравнений движения системы, рассчитанные данные (координаты, скорости, ускорения и т.д.) могут быть записаны в виде XVA-файла. Этот файл удобно использовать для создания анимаций и просмотра моделирования в реальном времени после моделирования. Работа с XVA-файлами проходит в два этапа: запись файла и использование файла.

Для записи XVA-файла:

- перед началом моделирования перейдите на закладку **XVA** диалога **Инспектор моделирования объекта**;
- включите флажок **включить**;
- укажите имя XVA-файла (по умолчанию – имя модели).



После окончания процесса интегрирования новый XVA-файл можно «проиграть». Для этого:

- перейдите на закладку **XVA** диалога **Инспектор моделирования объекта**;
- мышкой выберите нужный XVA-файл;
- нажмите кнопку **Старт**.

XVA-файл содержит информацию о каждом шаге интегрирования. Как ранее было сказано этот шаг очень мал. Используя поле ввода **Интервал**, можно пропускать шаги интегрирования для ускорения просмотра файлов (в том числе в режиме реального времени). Например, значение интервала 5 – означает, что все шаги кроме каждого пятого, будут игнорироваться.

1.5. Примеры

1.5.1. Статистика геометрии частиц


Управление статистикой геометрии частиц осуществляется на диалоге **Геометрия частиц**, см. п. 1.3.2.2.1. "*Геометрия частиц*", с. 1-15. Данный параграф содержит два примера использования инструмента **Геометрия частиц**.

Пример 1: Гранулярная среда состоит из правильных пятиугольников с характерными размерами 5, 10 и 20 см, в соотношении 6:2:1.

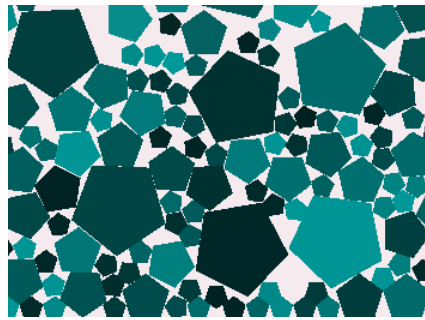
- Вызовите диалог **Геометрия частиц**.
- В поле **Число вариантов количества вершин** введите **1**. Это означает, что среда состоит только из одной фракции (по многоугольникам).
- В ячейку строки **Количество вершин** таблицы **Количество вершин/Частота** введите **5**. Это означает, что система будет состоять из пятиугольников.
- В ячейку строки **Частота** таблицы **Количество вершин/Частота** введите **1**. На самом деле, введенное число может быть любым положительным числом, так как вариант количества вершин только один.
- В поле **Характерный размер** выберите **горизонтальный**.
- В поле **Кол-во элементов** введите **3**. Это означает, что есть три фракций по горизонтальным размерам.
- Введите **0.05, 0.1 и 0.2** в ячейки таблицы **Элементы**.
- В поле **Характерный размер** выберите **вертикальный**.
- В поле **Кол-во элементов** введите **3**. Это означает, что среда может содержать 6 фракций по размерам (на рисунке ниже они выделены красным цветом).
- Введите **0.05, 0.1 и 0.2** в ячейки таблицы **Элементы**.
- В **Гистограмму характерных размеров** по диагонали введите **6, 2 и 1**. Она должна выглядеть, как на рисунке. Задав значения только по диагонали, получим три фракции по размерам: 5x5, 10x10 и 20x20 см. Флажок **Выпуклость** должен быть включен.

Гистограмма характерных размеров

| | 0.05 | 0.1 | 0.2 |
|------|------|-----|-----|
| 0.05 | 6 | 0 | 0 |
| 0.1 | 0 | 2 | 0 |
| 0.2 | 0 | 0 | 1 |


- Кнопкой  запишите введенные данные в файл *test1.bst*.
- Для того чтобы изменения вступили в силу, нажмите кнопку **ОК**,

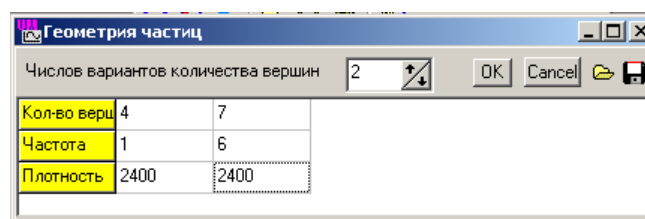
Результатом использования¹ такой настройки статистики геометрии частиц будет среда изображенная на рисунке ниже (после процесса заполнения).



Пример 2: Балластная среда состоит из больших квадратных и маленьких круглых частиц в соотношении 6 к 1, причем сторона каждого квадрата 2 мм, а диаметр круга – 0.57 мм. Гранулярная среда с таким фракционным состав используется при моделировании процесса спонтанной стратификации (пассивная сортировка частиц на слои по геометрическим размерам и форме).

Предполагается, что задача уже создана и открыта в программе интегрирования, см. п. 1.3. "Создание модели", с. 1-9.

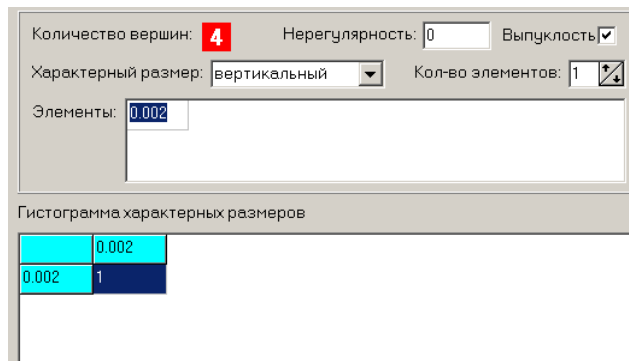
- Вызовите диалог **Геометрия частиц**. Для этого: вызовите диалог **Параметры балласта** (кнопка  панели **Балласт** интегратора), перейдите на закладку **Заполнение**, нажмите кнопку **Геометрия частиц**.
- В поле **Число вариантов количества вершин** введите 2. Это означает, что у нас два варианта частиц по количеству вершин: квадраты (4 вершины) и семиугольники, которые имитируют круги. Вместо семиугольников можно использовать флажок **Круг**.
- Заполните таблицу **Количество вершин/Частота**, как показано на рисунке ниже. Это будет означать, что четырехугольных частиц будет в 6 раз меньше, чем семиугольных.



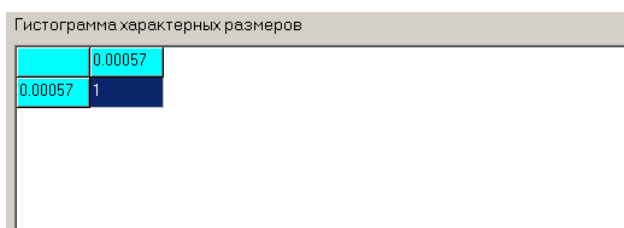
- Сделайте активной любую ячейку второго столбца таблицы (со значением 4 или 1) так, чтобы **Количество вершин** в средней части диалога было равно **4** (белым по красному). Это означает, что сейчас мы работаем с геометрией четырехугольников.
- В поле **Характерный размер** выберите **горизонтальный**.
- Введите **0.002** в единственную ячейку таблицы **Элементы**.
- В поле **Характерный размер** выберите **вертикальный**.
- Введите **0.002** в единственную ячейку таблицы **Элементы**.


¹ Для создания среды еще необходимо настроить начальные параметры гранулярной среды, параметры ящика и т.д.

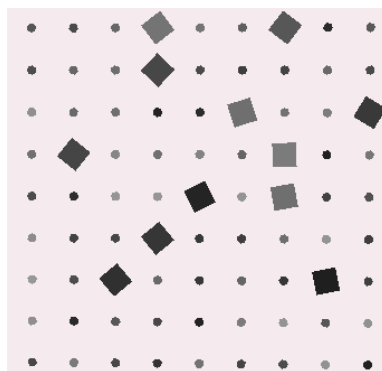
- Гистограмма характерных размеров должно выглядеть, как представлено на рисунке. Она означает, что четырехугольные частицы будут квадратами со стороной 2 мм. Если в поле **Нерегулярность** ввести ненулевое число, то вместо квадратов получатся четырехугольники с характерными размерами 2 на 2 мм. Флажок **Выпуклость** должен быть включен.



- Перейдите к указанию характерных размеров семиугольников. Для этого, сделайте активной любую ячейку третьего столбца таблицы (значения 7 или 6) так, чтобы **Количество вершин** в средней части диалога было равно 7.
- В поле **Характерный размер** выберите **горизонтальный**.
- Введите **0.00057** в единственную ячейку таблицы **Элементы**.
- В поле **Характерный размер** выберите **вертикальный**.
- Введите **0.00057** в единственную ячейку таблицы **Элементы**.
- Гистограмма характерных размеров должно выглядеть, как представлено на рисунке. Она означает, что семиугольные частицы будут правильными семиугольниками с характерными размерами 0.57 на 0.57 мм. Флажок **Выпуклость** должен быть включен.



- Кнопкой  запишите введенные данные в файл *test2.bst*.
- Для того чтобы изменения вступили в силу, нажмите кнопку **ОК**,
Результатом использования такой настройки статистики геометрии частиц будет среда изображенная на рисунке ниже (сразу после процесса создания).




1.5.2. Варианты геометрии ящика

Различными сочетаниями параметров геометрии ящика и начального положения гранулярной среды можно получить такие варианты заполняемого объема как:

- горизонтальная поверхность;
- горизонтальная поверхность с вертикальной стеной;
- ящик;
- заполняемая емкость с формой заданной пользователем.

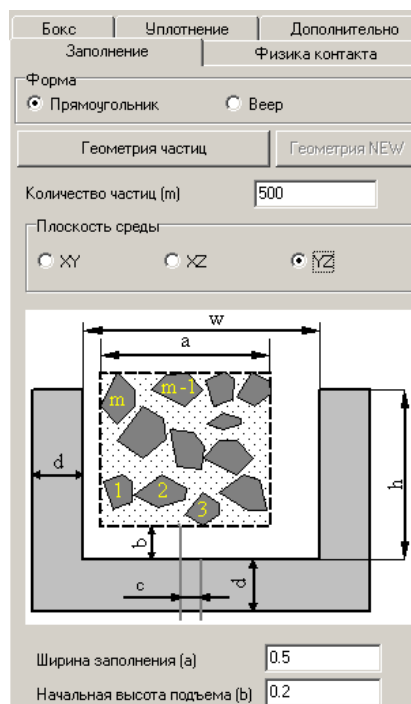
В этом параграфе рассматривается несколько примеров с различной конфигурацией гранулярной среды по отношению к ящику.



1.5.2.1. Горизонтальная поверхность

- Откройте задачу, содержащую подсистему **Балласт** в интеграторе.
- Нажатием кнопки  панели инструментов **Балласт**, откройте окно **Параметры балласта**.
- Перейдите на закладку **Бокс** и введите параметры, как указано на рисунке.

| | |
|-----------------------------|----------------------------------|
| Ширина заполн. объема (w) | <input type="text" value="100"/> |
| Высота заполн. объема (h) | <input type="text" value="2"/> |
| Толщина стенок (d) | <input type="text" value="0.2"/> |
| Горизонтальное смещение (c) | <input type="text" value="0"/> |


- Перейдите на закладку **Заполнение** и введите параметры, как указано на рисунке.

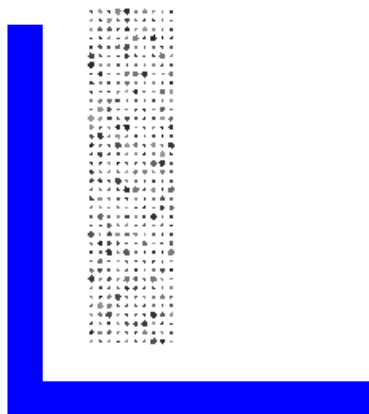


- Нажатием кнопки **Геометрия частиц** вызовите окно **Геометрия частиц** и кнопкой  загрузите файл статистики геометрии частиц test1.bst. Кнопкой **ОК** подтвердите выбор параметров из файла.
- Для создания гранулярной системы нажмите кнопку . Результат будет выглядеть, как показано на рисунке.




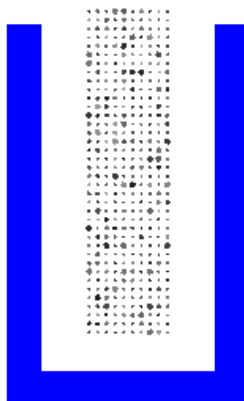
1.5.2.2. Горизонтальная поверхность с левой вертикальной стеной

- В отличие от предыдущего случая, на закладке **Бокс** введите 49.5 в поле ввода **Горизонтальное смещение**.
- Для создания гранулярной системы нажмите кнопку . Результат будет выглядеть, как показано на рисунке.



1.5.2.3. Ящик

- В отличие от первого случая, на закладке **Бокс** введите 1 в поле ввода **Ширина за-полн. объема**.
- Для создания гранулярной системы нажмите кнопку . Результат будет выглядеть, как показано на рисунке.



Список литературы

- [1] Погорелов Д.Ю., Павлюков А.Э., Юдакова Т.А., Котов С.В., Моделирование контактных взаимодействий в задачах динамики систем тел // Динамика, прочность и надежность транспортных машин: Сб. науч. тр. / Под ред. В.И. Сакало. – Брянск,-2001. - С. 11-23.
- [2] Beate Muth, Peter Eberhard, and Stefan Luding, Contact Simulation for Many Particles Considering Adhesion // Mechanics of Structures and Machines.-2002.- 1-28.
- [3] Mirtich B.V., Impulse-based Dynamic Simulation of Rigid Body Systems. Thesis/ GRADUATE DIVISION of the UNIVERSITY of CALIFORNIA at BERKELEY, 1996.
- [4] Гарг В.К., Дуккипати Р.В., Динамика подвижного состава: Пер с англ / Под ред. Н.А.Панькина. – М.: Транспорт, 1988. – 391 с.
- [5] Pogorelov D.Y., Differential-algebraic equations in multibody system modeling.//Numerical algorithms-1998.
- [6] Pogorelov D.Y., On Calculation of Jacobian Matrices in Simulation of Multibody Systems// Preprints of NATO ASI on Virtual Nonlinear Multibody Systems.: Prague.2002.-V.II. P.159-164.