



Руководство пользователя



Моделирование взаимодействия железнодорожных экипажей и пути

Рассматривается модель взаимодействия рельсовых экипажей и путевой структуры при представлении последней детальными расчетными схемами.

Оглавление

27. МОДУЛЬ UM FLEXIBLE RAILWAY TRACK: МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ Ж.-Д. ЭКИПАЖЕЙ И ПУТИ	1-3
27.1. ОБЩАЯ ИНФОРМАЦИЯ	1-3
27.2. ОПИСАНИЕ МОДЕЛЕЙ ПУТИ	1-3
27.3. МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ УПРУГОГО РЕЛЬСА	1-5
27.4. СОЗДАНИЕ МОДЕЛИ Ж.-Д. ПУТИ В ПРОГРАММЕ UM INPUT	1-7
27.4.1. Подсистема «Упругий ж.-д. путь».....	1-7
27.4.2. Модель конечноэлементного упругого основания	1-8
27.5. МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ Ж.-Д. ПУТИ В ПРОГРАММЕ UM SIMULATION.....	1-8
27.5.1. Описание путевой структуры	1-9
27.5.2. Настройка параметров	1-9
27.5.2.1. Рельсы	1-9
27.5.2.2. Секции	1-12
27.5.2.2.1. Общие параметры.....	1-12
27.5.2.2.2. Параметры рельсошпальных скреплений	1-15
27.5.2.2.3. Модели и параметры шпал	1-15
27.5.2.2.3.1. Модель абсолютно твердой полушпалы	1-15
27.5.2.2.3.2. Модель упругой шпалы	1-16
27.5.3. Моделирование	1-16
27.5.3.1. Выбор модели пути	1-16
27.5.3.2. Подготовка к моделированию	1-17
27.5.3.3. Кинематические характеристики рельса	1-19
27.6. СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	1-21

1. Модуль UM Flexible Railway Track: моделирование взаимодействия ж.-д. экипажей и пути

1.1. Общая информация

Модуль **UM Flexible Railway Track** предназначен для автоматизации процесса создания путевой структуры и исследования ее взаимодействия с экипажами. Для его использования программный комплекс «Универсальный механизм» (УМ) должен включать модуль **UM Loco**, с помощью которого моделируется динамика экипажа, и инструмент **Multi-point Contact Model** для моделирования контактного взаимодействия колеса с упругим рельсом. Для моделирования взаимодействия пути с упругим основанием (например, с мостом) нужен модуль **UM FEM**. Признаком наличия модуля в текущей конфигурации УМ является знак «+» в соответствующей строке окна **О программе** (пункт меню **Помощь | О программе ...**), рис. 1.1.

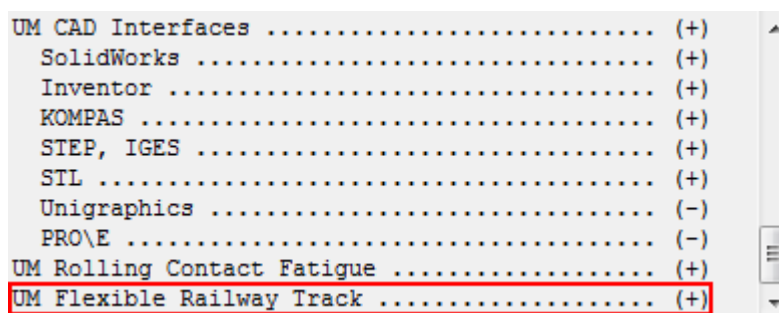


Рис. 1.1. Признак наличия модуля в текущей конфигурации УМ

При использовании модуля **UM Flexible Railway Track** все переменные, относящиеся к ж.-д. экипажу рассчитываются с учетом влияния динамики путевой структуры.

1.2. Описание моделей пути

В УМ реализованы три модели пути, различающиеся уровнем детализации описания путевой структуры:

- **Безмассовый рельс;**
- **Инерционный рельс;**
- **Упругий путь.**

В модели «**Безмассовый рельс**» рельс рассматривается как безмассовый элемент и, следовательно, относится не к телам, а к силовым элементам. Для рельса не вводятся свои обобщенные координаты, смещения рельса определяются в результате решения уравнений равновесия ([Глава 8](#), п. «Методика расчета сил в контакте колесо-рельс»). Модель «**Безмассовый рельс**» рекомендуется использовать в задачах исследования динамики экипажной части подвижного состава. Это связано со слабостью влияния, которое оказы-

вает собственная динамика пути на результаты моделирования динамики рельсовых экипажей. Модель безмассового рельса используется как модель пути по умолчанию.

В модели «**Инерционный рельс**» рельсы моделируются как твердые тела под каждым колесом колесной пары, рис. 1.2. Тело-рельс имеет три степени свободы в системы координат пути ([Глава 8](#), п. "Система координат пути") – две поступательные относительно поперечной (Y) и вертикальной (Z) осей, и одну вращательную относительно продольной оси (X). Подрельсовое основание моделируется специальной силой типа «сайлент-блок». Модель «**Инерционный рельс**» рекомендуется использовать для исследования сложных сценариев контакта колесо-рельс (эволюция профиля рельса в стрелочном переводе, контакт с контррельсом, конформный контакт), моделирования сходов, в задачах прогнозирования износа профилей колес и рельсов.

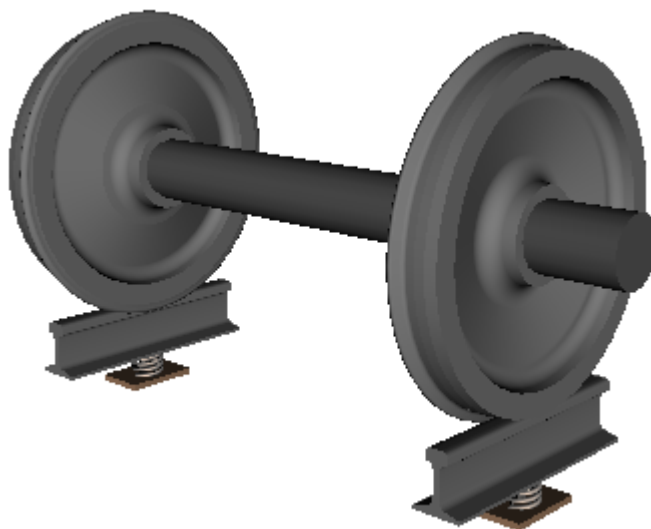


Рис. 1.2. Модель пути «**Инерционный рельс**»

Модель «**Упругий путь**» представляет собой детальную пространственную модель путевой структуры, включающую упругие рельсы, рельсошпальные крепления, шпалы и подшпальное основание. Рельс моделируется конечноэлементной балкой Тимошенко. Рельсошпальные крепления моделируются специальной силой типа «сайлент-блок», а шпалы представляют собой абсолютно твердые тела (соответствующая модель пути представлена на рис. 1.3) или упругие балки (модель пути на рис. 1.4). В первой модели подшпальное основание представляется специальными силами типа «сайлент-блок», связывающими полушпалы с жесткой базой или конечноэлементным упругим основанием. Во второй модели балласт рассматривается как упругое основание, моделирующие вертикальный отпор балласта, и биполярная сила, моделирующая силу, действующую со стороны балласта на шпалу при ее поперечном сдвиге.

Модель пути «**Упругий путь**» рекомендуется использовать для задач, в которых фокус исследования смещен на путь и подрельсовое основание. В модели «**Упругий путь**» в качестве элементов модели пути могут использоваться детальные конечноэлементные модели подрельсового основания (мосты, эстакады, туннели и т.п.).

Перечисленные выше модели пути «**Безмассовый рельс**», «**Инерционный рельс**» и «**Упругий путь**» представляют собой последовательное усложнение подходов к описа-

нию путевой структуры с одновременным увеличением требуемых вычислительных затрат. Можно дать следующие грубые оценки времени моделирования динамики экипажа на разных моделях пути. На модели «**Инерционный рельс**» моделирование будет в 2-3 раз медленнее, чем на модели «**Безмассовый рельс**», а на модели «**Упругий путь**» – в 50-80 раз медленнее.

Частотный диапазон для модели «**Безмассовый рельс**» составляет 0-20 Гц, тогда как модель «**Инерционный рельс**» позволяет моделировать процессы с частотами до 100 Гц, а модель «**Упругий путь**» – до 1000 Гц.

Модели «**Инерционный рельс**» и «**Упругий путь**» позволяют исследовать кинематику пути, кроме того, модель «**Упругий путь**» позволяет определять напряжения в элементах пути, представленных упругими телами.

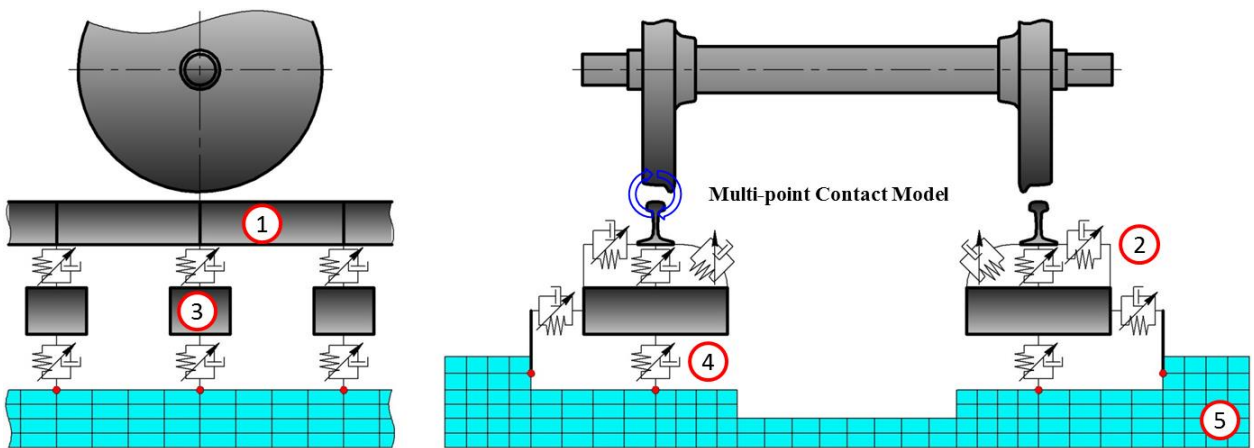


Рис. 1.3. Модель пути с твердотельными полуспалами
1 – рельс, 2 – скрепление, 3 – полуспала, 4 – подшпальная прокладка,
5 – жесткая база / упругое основание.

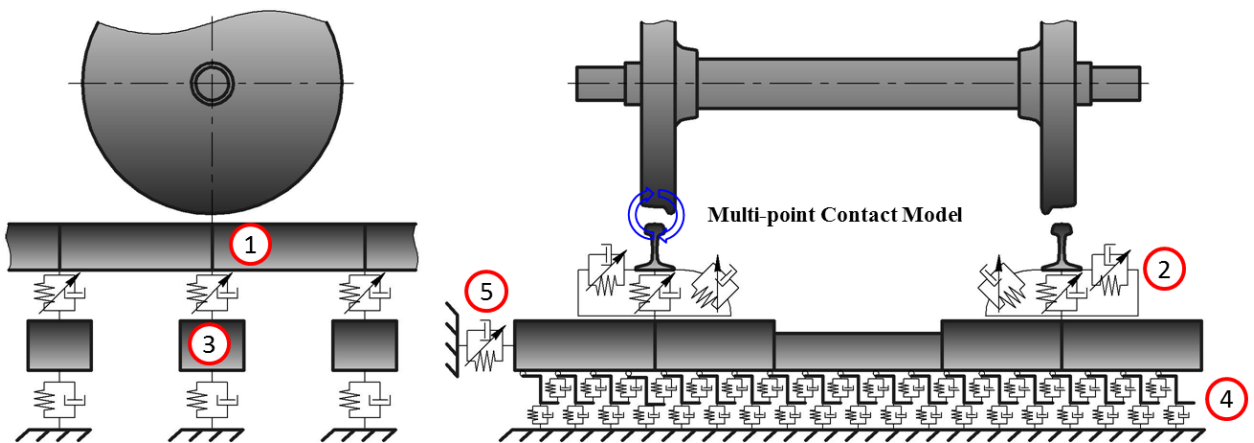


Рис. 1.4. Модель пути с упругими шпалами
1 – рельс, 2 – скрепления, 3 – шпала, 4, 5 – балласт.

1.3. Математическая модель упругого рельса

В модуле **UM Flexible Railway Track** строится конечноэлементная аппроксимация следующей системы дифференциальных уравнений колебаний балки-рельса:

$$\left\{ \begin{array}{l}
 EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - \rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = F_x(t) \delta[x - x_w(t)] + \sum_{i \in \mathbb{N}} \delta(x - x_i^s) F_{x_i}^f(t) \\
 k_y AG \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} - \frac{\partial \theta}{\partial x} \right) - \rho A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \rho z_s A \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = F_y(t) \delta[x - x_w(t)] + \sum_{i \in \mathbb{N}} \delta(x - x_i^s) F_{y_i}^f(t) \\
 k_z AG \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial \psi}{\partial x} \right) - \rho A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \rho y_s A \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = F_z(t) \delta[x - x_w(t)] + \sum_{i \in \mathbb{N}} \delta(x - x_i^s) F_{z_i}^f(t) \\
 EJ_y \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} - k_z AG \left(\frac{\partial \psi}{\partial x} + \psi \right) - \rho J_y \frac{\partial^2 \psi}{\partial t^2} = 0 \\
 EJ_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + k_y AG \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \theta \right) - \rho J_z \frac{\partial^2 \theta}{\partial t^2} = 0 \\
 EJ_\omega \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} - GJ_x \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} - \rho J_\omega \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial t^2} + \rho z_s A \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \rho y_s A \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \rho J_p \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = \\
 = \delta[x - x_w(t)] M_x(t) + \sum_{i \in \mathbb{N}} \delta(x - x_i^s) M_{x_i}^s(t)
 \end{array} \right. \quad (1.1)$$

Здесь введены следующие обозначения (рис. 1.5):

- E, G – модуль упругости и модуль сдвига;
- ρ – плотность;
- A – площадь поперечного сечения;
- J_y, J_z – главные центральные моменты инерции;
- J_x – крутильный момент инерции;
- J_ω – секториальный момент инерции;
- k_y, k_z – коэффициенты формы поперечного сечения;
- J_p – полярный момент инерции;
- y_s, z_s – координаты центра изгиба относительно центра тяжести в главной центральной системе координат (рис. 1.5);
- $\delta(\cdot)$ – дельта функция Дирака;
- $x_w(t)$ – текущая продольная координата колесной пары;
- $F_x(t), F_y(t), F_z(t), M_x(t)$ – силы (продольная, поперечная и вертикальная) и момент (относительно продольной оси рельса) действующие на рельс со стороны колеса;
- $F_x^f(t), F_y^f(t), F_z^f(t), M_x^f(t)$ – силы и момент, действующие на рельс со стороны рельсошпальных скреплений;
- x_i^s – продольные координаты шпал.

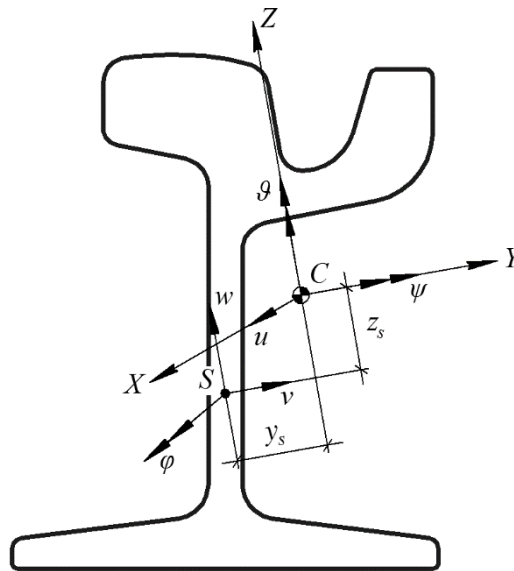


Рис. 1.5. Геометрия поперечного сечения рельса, C – центр тяжести, S – центр изгиба

1.4. Создание модели ж.-д. пути в программе UM Input

1.4.1. Подсистема «Упругий ж.-д. путь»

Запустите программу **UM Input**. Откройте существующую или создайте новую модель рельсового экипажа. Перейдите на элемент **Подсистемы** списка элементов и добавьте новую подсистему «Упругий ж.-д. путь», рис. 1.6. На этом работа в программе **UM Input** заканчивается, все настройки параметров подсистемы «Упругий ж.-д. путь» выполняются в программе моделирования **UM Simulation**.

Замечание: При моделировании динамики системы в программе **UM Simulation** можно переключать модели пути «Безмассовый рельс», «Инерционный рельс» и «Упругий путь» без изменения модели рельсового экипажа в программе **UM Input** (см. п. 1.5.3.1. *Выбор модели пути*, стр. 1-16)

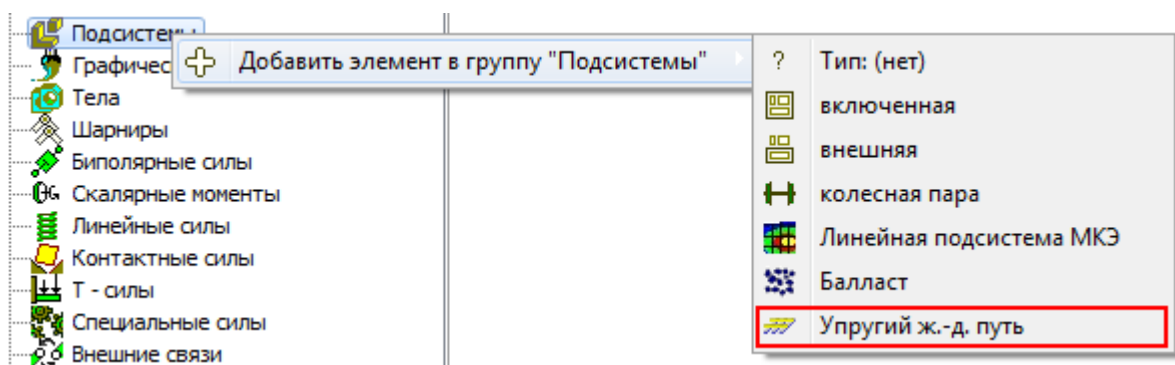


Рис. 1.6. Добавление подсистемы «Упругий ж.-д. путь»

1.4.2. Модель конечноэлементного упругого основания

Модель упругого основания создается в соответствии с общими правилами подготовки данных упругой подсистемы, описанными в [Главе 11](#). Кроме того, необходимо удовлетворить следующие требования:

- Осевая линия упругого основания должна совпадать с макрогеометрией пути;
- Поверхность упругого основания, с которой взаимодействует путевая структура, должна быть параллельна плоскости XY глобальной системы координат;
- Площадкам взаимодействия путевой структуры и упругого основания должны соответствовать узлы конечноэлементной сетки.

1.5. Моделирование динамики ж.-д. пути в программе UM Simulation

Редактирование параметров модели пути «Упругий ж.-д. путь» выполняется в мастере упругого пути. **Мастер упругого пути** (рис. 1.7) доступен в инспекторе моделирования (**Колесо/рельс | Путь | Модель и параметры**) либо вызывается выбором пункта главного меню **Инструменты | Мастер упругого пути**.

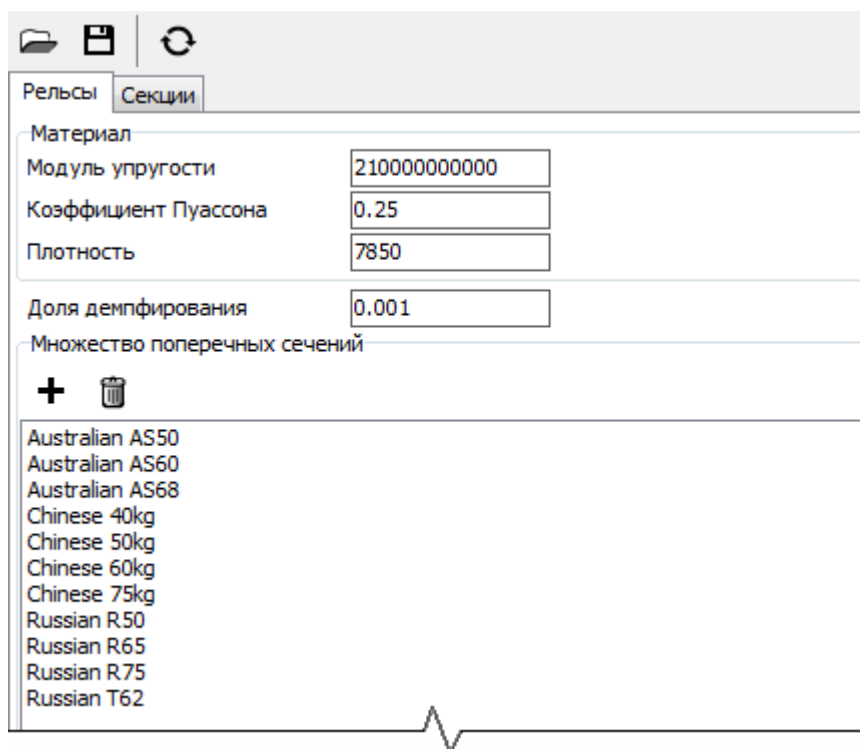


Рис. 1.7. Мастер упругого пути

- **Открыть** – прочитать файл конфигурации упругого пути*.rwt;
- **Сохранить** – сохранить текущую конфигурацию в файл;
- **Генерировать модель пути** – создание модели пути по указанным параметрам.

Замечание: Если закрыть мастер без нажатия кнопки **Генерировать модель пути**, то все изменения будут потеряны.

1.5.1. Описание путевой структуры

Упругий путь состоит из двух однородных балок-рельсов и последовательности секций с постоянными параметрами в пределах секции, рис. 1.8. От секции к секции могут меняться межшпальное расстояние, модель и параметры рельсошпальных креплений, модель шпалы, наличие или отсутствие конечноэлементного упругого основания.



Рис. 1.8. Структура пути

1.5.2. Настройка параметров

1.5.2.1. Рельсы

Параметры рельсов задаются на вкладке **Рельсы**, рис. 1.9. В группе **Материал** указывается информация о материале рельса: **Модуль упругости**, **Коэффициент Пуассона** и **Плотность**.

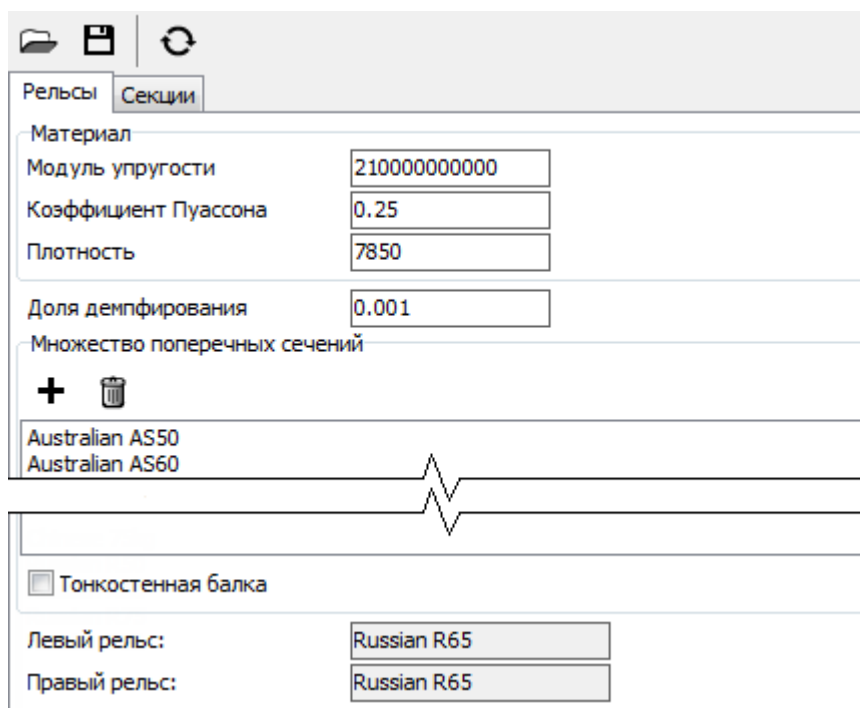


Рис. 1.9. Параметры рельса

В поле **Доля демпфирования** указывается доля демпфирования от критического ξ . При этом матрица демпфирования вычисляется по формуле:

$$\mathbf{D} = \frac{2\xi}{\omega} \mathbf{K}, \tag{1.2}$$

где ω – низшая частота колебаний рельса, как многопролетной шарнирно закрепленной балки (рис. 1.10), \mathbf{K} – матрица жесткости рельса.



Рис. 1.10. Низшая форма колебаний рельса, как многопролетной шарнирно закрепленной балки

В группе **Множество поперечных сечений** можно выбрать из списка одно из доступных поперечных сечений рельса или создать новое, нажав кнопку **+**. При нажатии на кнопку **+** появится диалоговое окно, в котором необходимо задать параметры нового сечения рельса. Описание параметров приведено в таблице 1.1 и на рис. 1.11.

Таблица 1.1

Параметры поперечного сечения рельса

Параметр	Описание
Имя	Имя поперечного сечения
A	Площадь поперечного сечения [см ²]
I_y	Момент инерции относительно оси Y [см ⁴]
I_z	Момент инерции относительно оси Z [см ⁴]
I_{yz}	Центробежный момент инерции [см ⁴]
I_x	Момент инерции при кручении [см ⁴]
I_ω	Секториальный момент инерции [см ⁶]
k_y	Коэффициент формы сечения при сдвиге в направлении оси y [–]
k_z	Коэффициент формы сечения при сдвиге в направлении оси z [–]
y_s	Координата y центра изгиба относительно центра тяжести [см]
z_s	Координата z центра изгиба относительно центра тяжести [см]
y_h	Координата y центральной точки поверхности катания рельса относительно центра тяжести [см]
z_h	Координата z центральной точки поверхности катания рельса относительно центра тяжести [см]
y_f	Координата y центральной точки подошвы рельса относительно центра тяжести [см]
z_f	Координата z центральной точки подошвы рельса относительно центра тяжести [см]

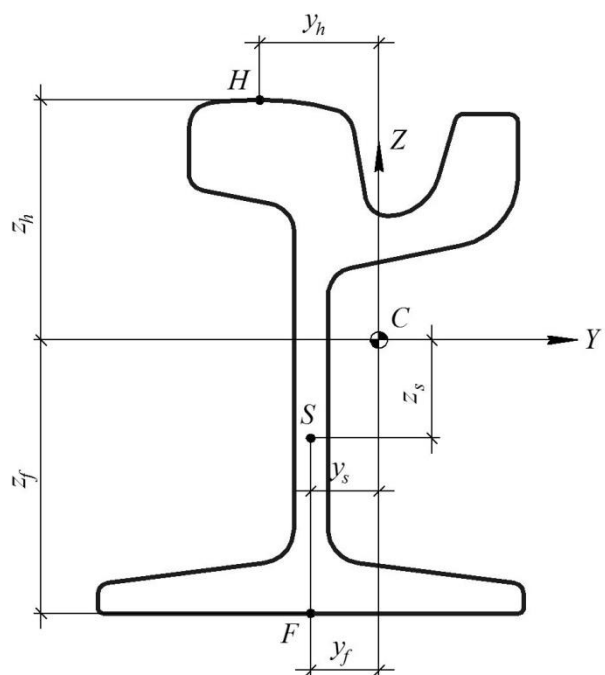


Рис. 1.11. Параметры поперечного сечения рельса

Замечание: Ось Y системы координат поперечного сечения рельса должна быть направлена внутрь колеи.

Чтобы назначить поперечное сечения рельсу следует кликом правой кнопки мыши по выбранному поперечному сечению вызвать контекстное меню и назначить поперечное сечение либо обоим рельсам, либо правому или левому, рис. 1.12.

При активном флаге **Тонкостенная балка** учитывается смещение центра изгиба относительно центра тяжести и эффект стесненного кручения, в противном случае параметры y_s , z_s и J_ω в уравнение (1.1) полагаются равными нулю.

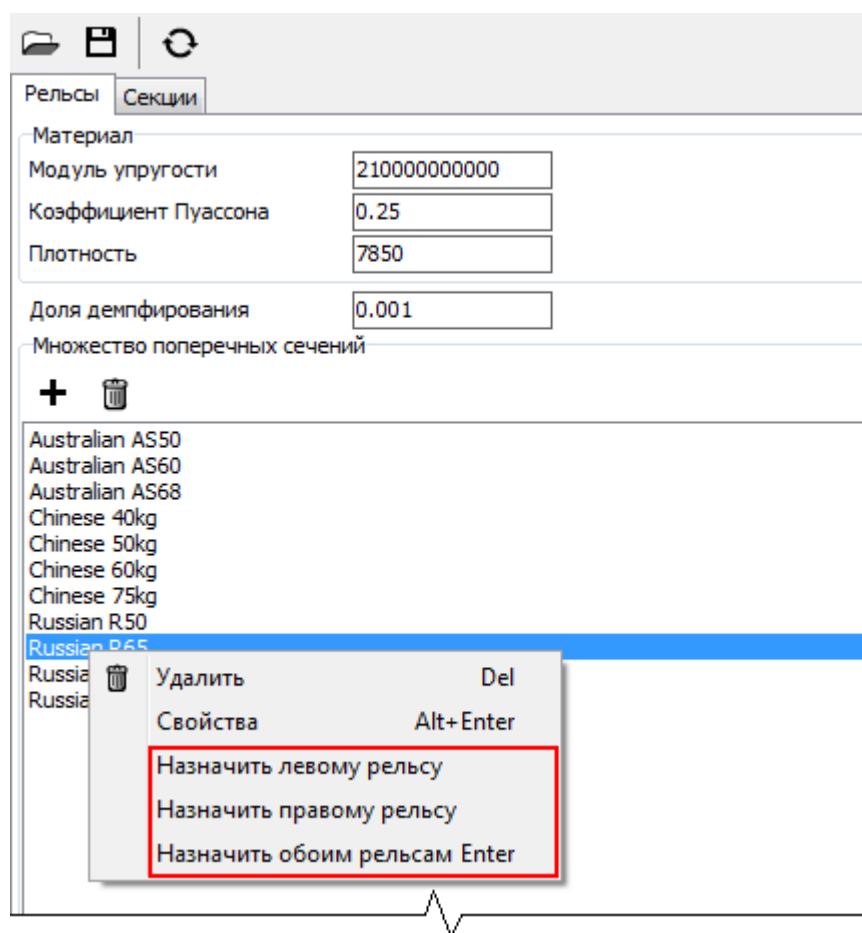




Рис. 1.12. Назначение поперечного сечения

1.5.2.2. Секции

Параметры секций задаются на вкладке **Секции**, рис. 1.13. Вкладка содержит вкладки с именами секций и кнопки

Добавить секцию  – добавить новую секцию,

Удалить секцию  – удалить активную секцию,

Скопировать секцию  – создать копию активной секции.

На вкладках с именами секций находятся вкладки **Общие**, **Скрепления** и **Шпалы**, на которых сгруппированы параметры секции.

1.5.2.2.1. Общие параметры

На вкладке **Общие** доступны следующие параметры секции:

- **Имя секции** – имя секции, по которой ее легко идентифицировать. Имя секции должно быть уникальным;
- **Длина секции** – длина секции в шпалах;
- **Межшпальное расстояние** – расстояние, измеренное по осям рельсошпальных скреплений.

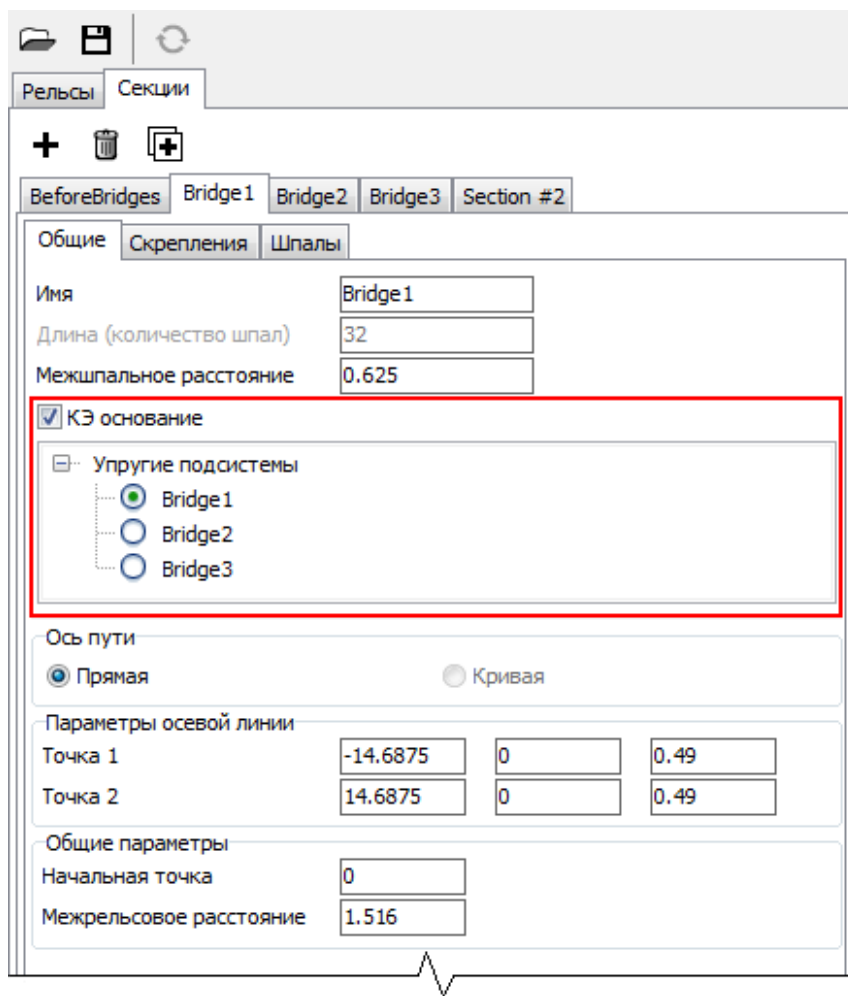


Рис. 1.13. Общие параметры секции

Если секция взаимодействует с конечноэлементным основанием, то следует активировать флаг **КЭ основание** и в списке упругих подсистем отметить упругое тело, с которым непосредственно взаимодействует секция (рис. 1.13). Параметры, описывающие взаимодействие выделены в 3 группы – **Ось пути**, **Параметры осевой линии** и **Общие параметры**.

В группе **Ось пути** выбирается тип оси пути – прямая или кривая (в текущей версии недоступна).

В группе **Параметры осевой линии** для прямолинейной оси пути вводятся координаты начальной (**Точка 1**) и конечной (**Точка 2**) точек оси в системе координат упругого тела (рис. 1.14).

В группе **Общие параметры** вводятся **Начальная точка**, задающая положение первой шпалы на осевой линии, и **Межрельсовое расстояние** – расстояние между центрами рельсов, измеренное по подошве (рис. 1.14).

Чтобы исключить краевой эффект, рекомендуется задавать длину секции пути перед упругим основанием (см. рис. 1.8) по формуле:

$$L = L_1 + L_2 + L_3 \tag{1.3}$$

где L_1 – расстояние от первой колесной пары до упругого основания; L_2 – расстояние между первой и последней колесными парами экипажа; $L_3 = (32 \dots 64)L_s$, здесь L_s – межшпальное расстояние.

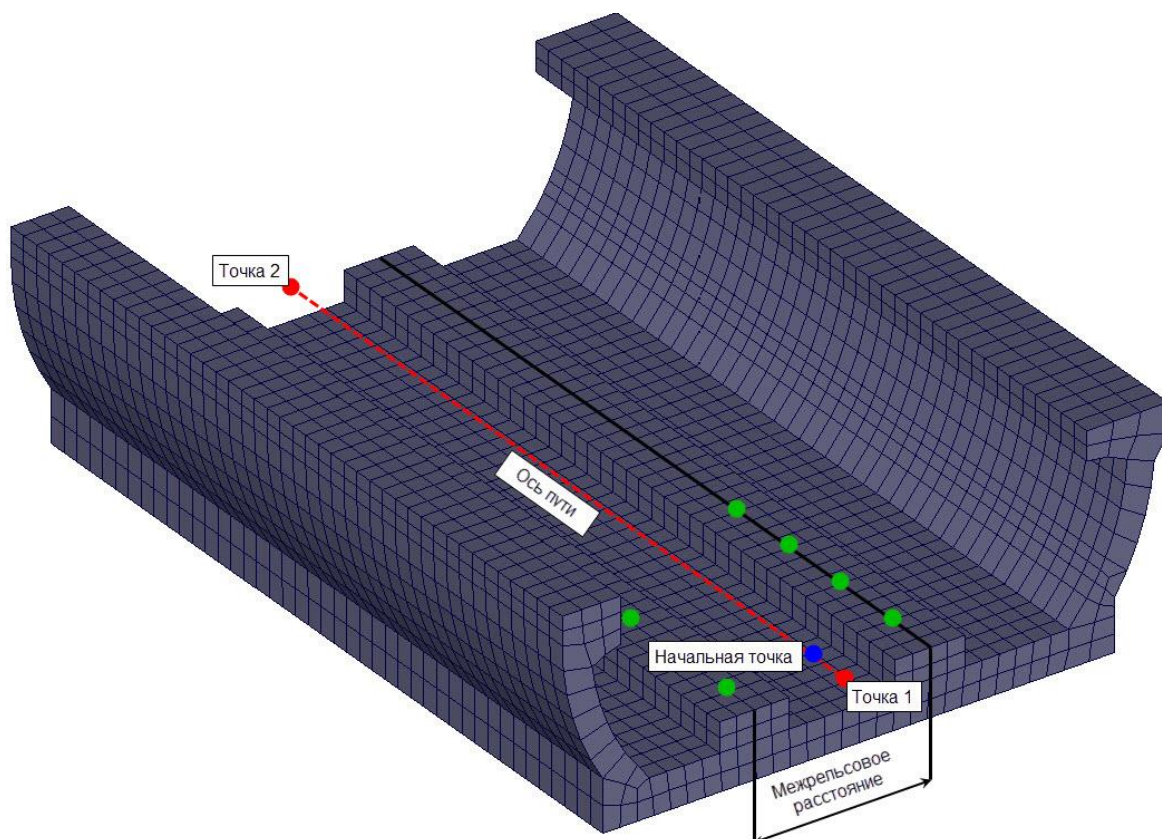


Рис. 1.14. Схема конечноэлементного упругого основания

Если упругое основание состоит из нескольких упругих тел, то необходимо выключить назначение начальной скорости для тел, непосредственно не взаимодействующих с путевой структурой (например, опоры моста). Назначение начальной скорости упругому телу регулируется флагом **Назначать начальную скорость равную v0** в настройках упругой подсистемы (**Инспектор моделирования | Подсистемы МКЭ | <Имя подсистемы> | Моделирование | Настройки**), рис. 1.15.

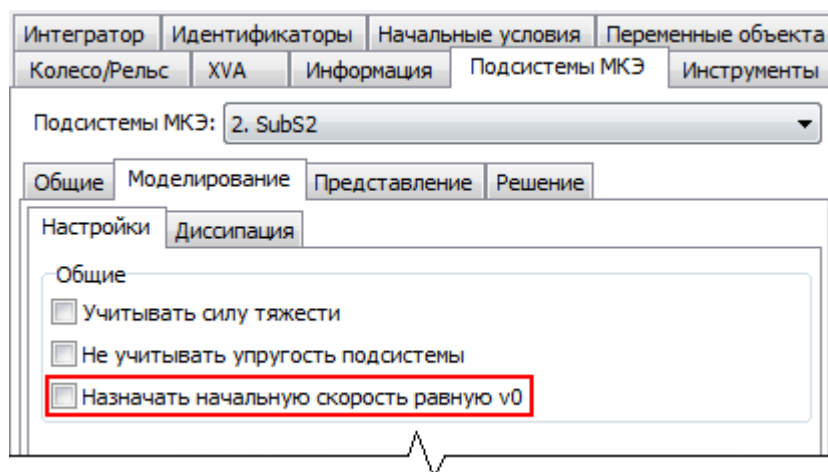


Рис. 1.15. Назначение начальной скорости упругому телу

Готовый пример моделирования взаимодействия экипаж-путь-мост можно найти в каталоге [{Данные УМ}\Samples\Flexible railway track\Vehicle-track-bridge_interaction.](#)

1.5.2.2.2. Параметры рельсошпальных креплений

Для моделирования рельсошпальных креплений используется специальная сила типа «сайлент-блок». Модель силы описана в [Главе 2](#), п. "Сайлент-блок".

1.5.2.2.3. Модели и параметры шпал

В рамках моделей упругого пути реализовано два подхода к моделированию шпал:

- Шпалы моделируются двумя твердыми телами, соответствующими левой и правой полушпалам, модель пути с твердотельными полушпалами показана на рис. 1.3.
- Шпала моделируется как балка на упругом основании, соответствующая модель пути представлена на рис. 1.4.

При отсутствии шпал (**Шпалы | Модель | Нет**) рельс непосредственно взаимодействует с жесткой базой или конечноэлементным упругим основанием.

1.5.2.2.3.1. Модель абсолютно твердой полушпалы

Полушпала рассматривается как твердое тело с тремя степенями свободы – двумя поступательными относительно поперечной (Y) и вертикальной (Z) осей, и одной вращательной относительно продольной оси (X).

Модель характеризуется следующими параметрами, рис. 1.17:

- M – масса полушпалы;
- I_x – момент инерции относительно продольной оси;
- H_1 – расстояние от верха полушпалы до центра тяжести полушпалы в подрельсовом сечении (рис. 1.16);
- H_2 – расстояние от центра тяжести полушпалы до подошвы в подрельсовом сечении (рис. 1.16).

Для моделирования подшпального основания используется специальная сила типа «сайлент-блок». Модель силы описана в [Главе 2](#), п. "Сайлент-блок". Параметры, характеризующие модель силы, указываются в группе **Подшпальное основание**, рис. 1.17.

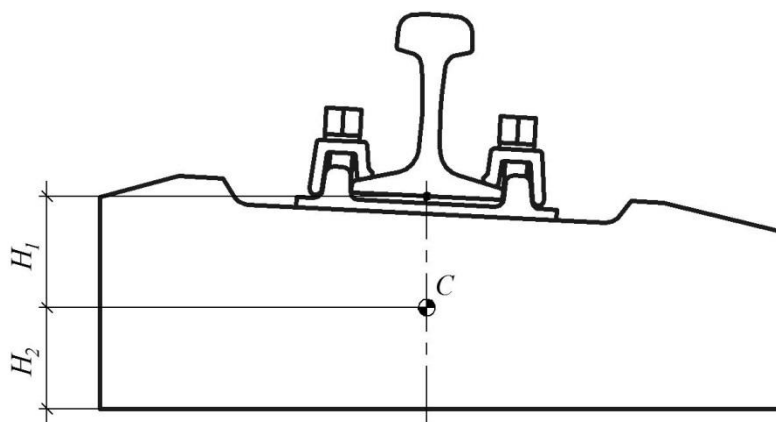


Рис. 1.16. Параметры полушпалы

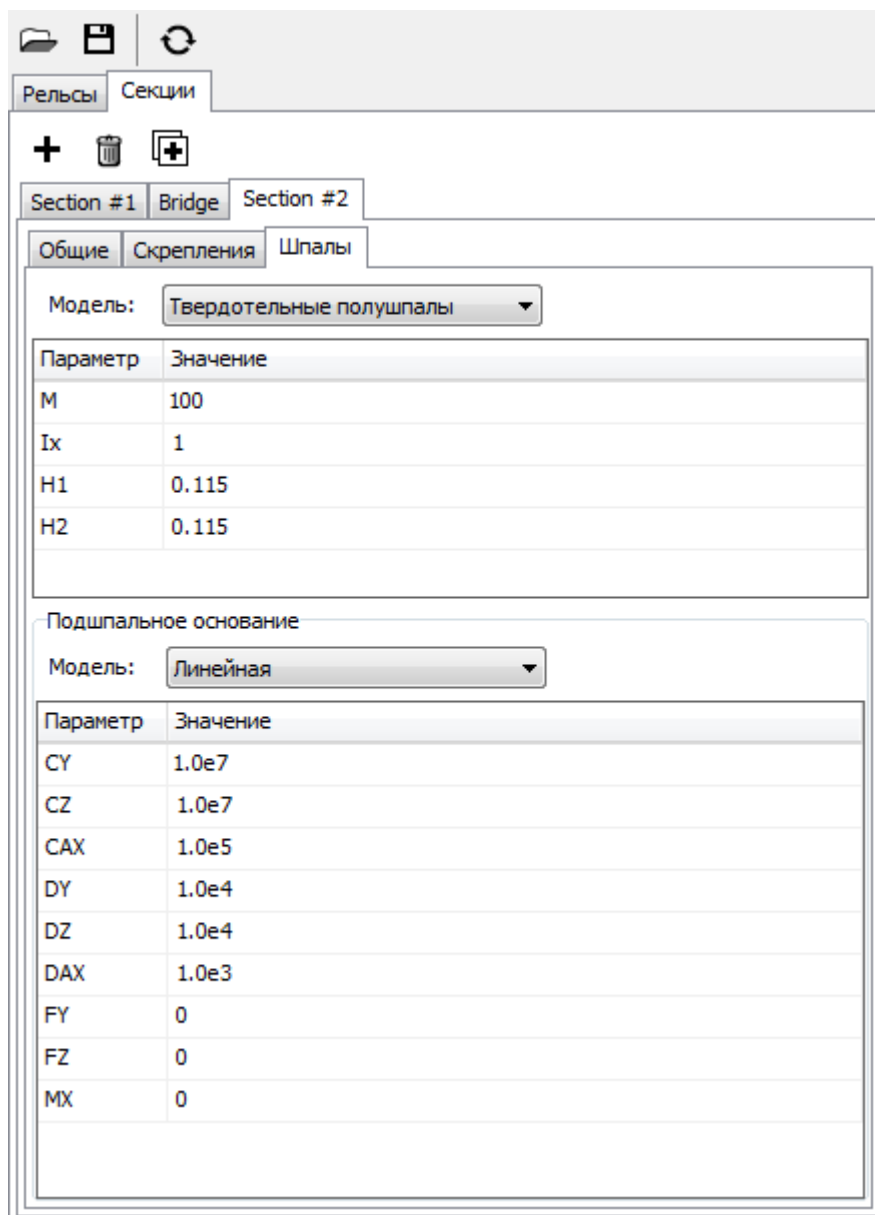


Рис. 1.17. Параметры полушпалы

Модель пути с абсолютно твердыми полушпалами расположена в каталоге [{Данные УМ}\SAMPLES\Flexible railway track\Single_wheelset](#).

1.5.2.2.3.2. Модель упругой шпалы

В текущей версии не доступна.

1.5.3. Моделирование

1.5.3.1. Выбор модели пути

Модель пути выбирается на вкладке **Колесо/Рельс | Путь | Модель и параметры** инспектора моделирования, рис. 1.18.

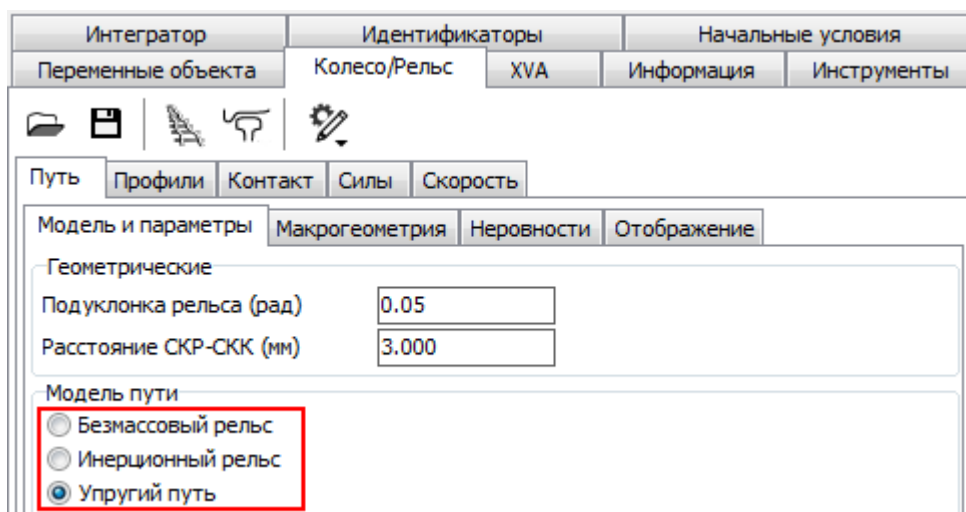


Рис. 1.18. Выбор модели пути

1.5.3.2. Подготовка к моделированию

Чтобы избежать при старте моделирования интенсивных переходных процессов, необходимо выполнить тест равновесия. Как правило, это первый шаг, с которого начинается работа с новой моделью пути. Чтобы выполнить тест равновесия, следует на вкладке **Скорость** вкладки **Колесо/рельс** инспектора моделирования выбрать **Режим продольного движения** $v = 0$, активировать флаг **Автоматическое завершение теста** (рис. 1.19), запустить процесс интегрирования и дождаться завершения теста.

Во время выполнения теста равновесия полезным может быть график изменения во времени суммарной кинетической энергии системы «экипаж-путь». Переменная **Кинетическая энергия** доступна на вкладке **Переменные для группы** тел мастера переменных. Тест равновесия завершается, когда значение кинетической энергии становится достаточно малым, рис. 1.20.

Моделирование динамики упругого пути поддерживает только численный метод **Park Parallel**, специально предназначенный для решения задач большой размерности на многоядерных процессорах. Рекомендуемые настройки метода **Park Parallel** показаны на рис. 1.21.

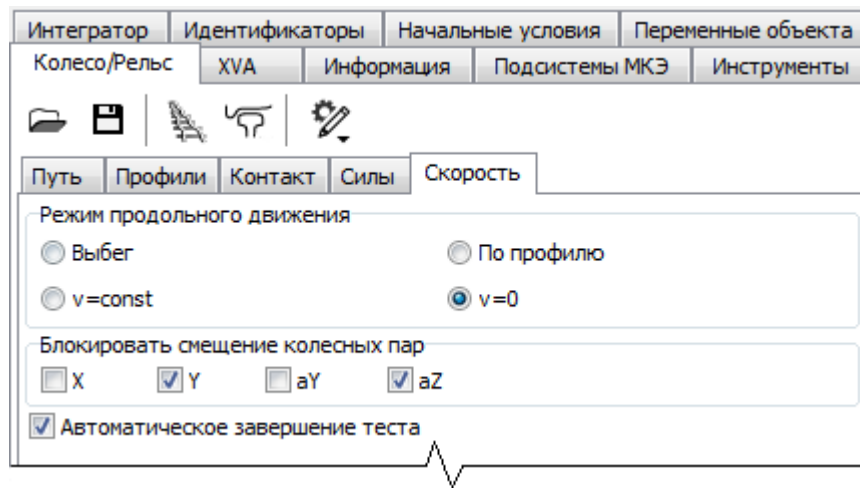


Рис. 1.19. Режим теста равновесия

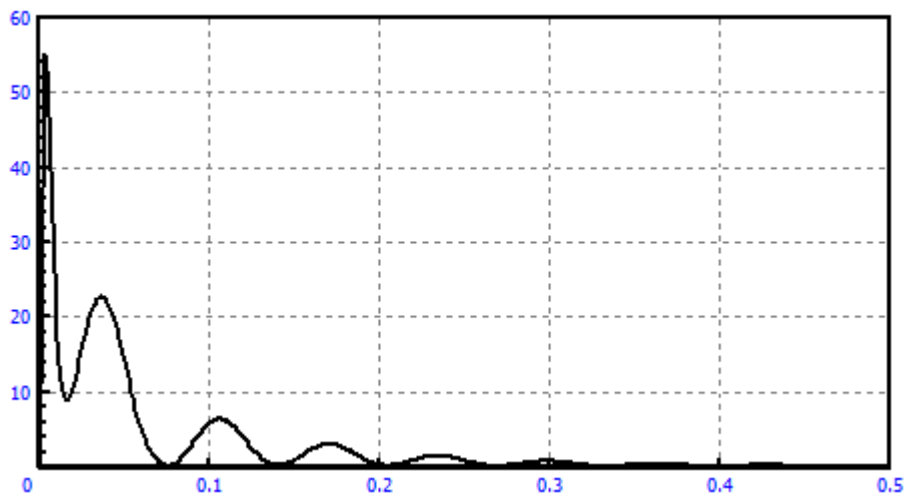


Рис. 1.20. Изменение кинетической энергии в процессе выполнения теста равновесия

The screenshot displays a software window with a menu bar at the top containing 'Ж.-д. экипаж', 'XVA', 'Информация', and 'Инструменты'. Below the menu bar are tabs: 'Интегратор', 'Идентификаторы', 'Начальные условия', and 'Переменные объекта'. The main area is titled 'Параметры моделирования' and contains sub-tabs: 'Настройка методов' and 'Типы координат для тел'. Under 'Настройка методов', there are two sections: 'Численный метод' and 'Тип решения'. In 'Численный метод', the 'Park Parallel' radio button is selected. In 'Тип решения', the 'Прямой метод (RSM)' radio button is selected. Below these sections are several input fields and checkboxes: 'Путь - Путь, пройденный t' with a dropdown set to '>=' and a value of '19.2'; 'Шаг представления результатов' with a value of '0.0025'; 'Погрешность' with a value of '1E-8'; a checkbox 'Замедление до реального масштаба времени' which is unchecked; 'Метод решения' with 'CGM' selected; 'Погрешность CGM' with a value of '0.1'; a checked checkbox 'Использовать потоки'; 'Число потоков (max=8)' with a value of '2'; an unchecked checkbox 'Использовать обработчик ожиданий'; an unchecked checkbox 'Расчет колесной пары в одном потоке'; and a checked checkbox 'Прерывать расчет при сходе КП'.

Рис. 1.21. Рекомендуемые настройки численного метода **Park Parallel**

1.5.3.3. Кинематические характеристики рельса

Кинематические переменные для рельса создаются в соответствии с общими правилами создания кинематических переменных, описанными в [Главе 4](#), п. "Линейные переменные". При этом следует учесть, что в поле X указывается дуговая координата исследуемого сечения рельса, а в полях Y и Z координаты интересующей точки поперечного сечения в центральной СК сечения (рис. 1.11), рис. 1.22. Например, чтобы исследовать кинематику центральной точки на подошве рельса марки R65 нужно полям Y и Z присвоить значения "0" и "-0.0813" соответственно.

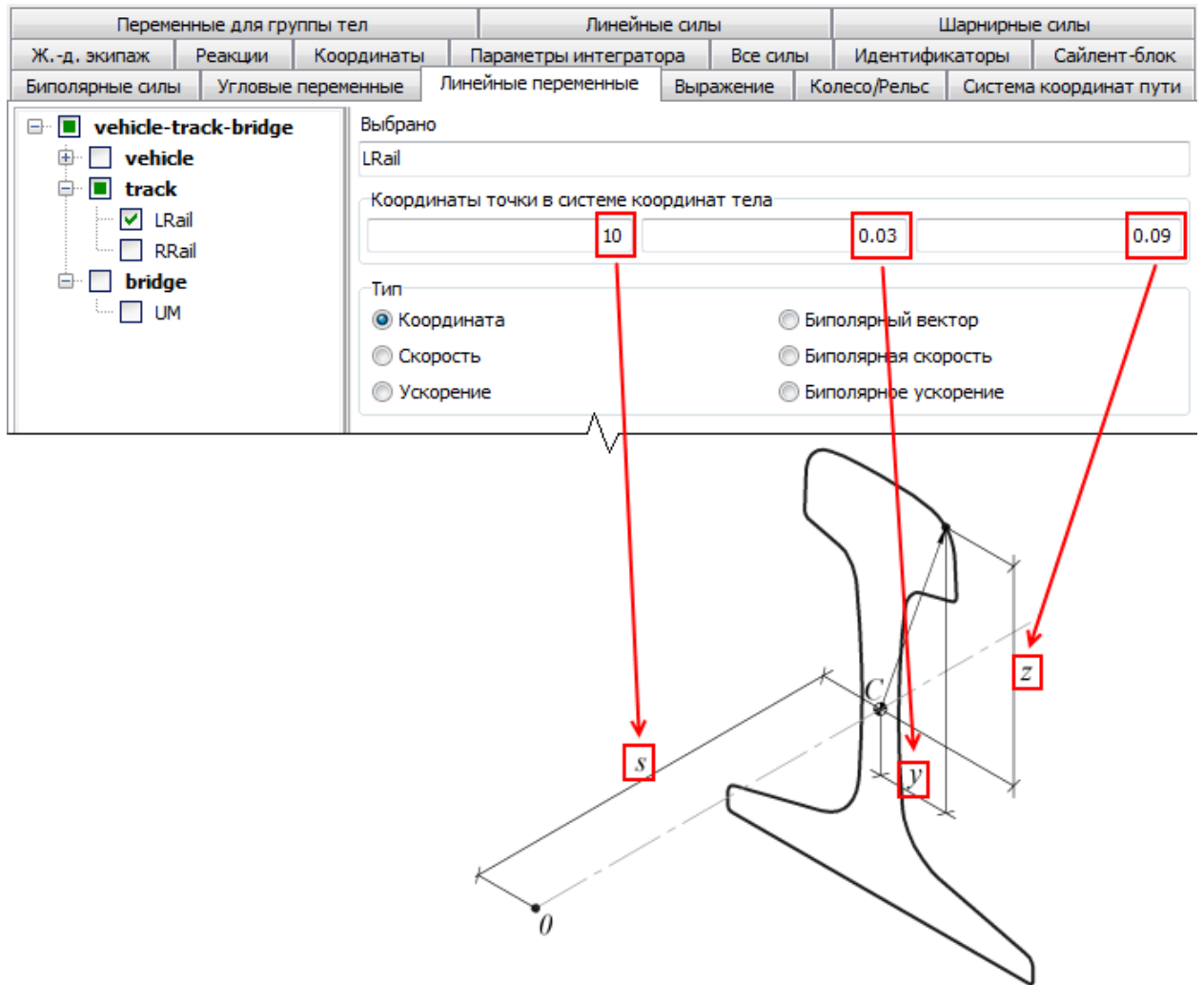


Рис. 1.22. Создание кинематических переменных для рельса

1.6. Список литературы

- [1] Riccardo Ferrara, A numerical program for railway vehicle-track-structure dynamic interaction using a modal substructuring approach, PhD thesis, University of Reggio Calabria, Reggio Calabria, 2013.
- [2] Traian Mazilu, Green's functions for analysis of dynamic response of wheel/rail to vertical excitation, *Journal of Sound and Vibration*, vol. 306, no. 1-2, pp. 31–58, 2007.
- [3] David Thompson, *Railway Noise and Vibration Mechanisms, Modelling and Means of Control*. – Elsevier Science, 2009. – 536 p.
- [4] Ahmed A. Shabana, Khaled E. Zaazaa, Hiroyuki Sugiyama, *Railroad Vehicle Dynamics: A Computational Approach*. – CRC Press, 2008. – 362 p.
- [5] Simon Iwnicki, *Handbook of Railway Vehicle Dynamics*. – CRC Press, 2006. – 527 p.
- [6] Popp K., Schiehlen W. (Eds.), *System Dynamics and Long-Term Behaviour of Railway Vehicles, Track and Subgrade*, *Lecture Notes in Applied and Computational Mechanics*, vol. 6. – Springer-Verlag, 2003. – 488 p.
- [7] Knothe K. and Grassie S.L., *Modelling of Railway Track and Vehicle-Track Interaction at High Frequencies*, *Vehicle System Dynamics*, vol. 22, no. 3-4, pp. 209-262, 1993.